

京都大学衛生工学教室 藤木 修(学)、高木興一(正)、山本剛夫(正)

1. はしがき 右図Fig.1が示すように、等音響パワー(PWL=0dB)の点音源とみなされる車が無限に長い直線道路上を、車間距離が平均 S (m)の指数分布をするような状態で走行している。いわゆる指数分布モデルについては、いろいろは、既に多くの検討を行なってきたが、ここでは、観測点における音圧レベルの確率密度曲線を、従来とは異なる新しい近似理論式、及び数値解の数値積分によって求めたので、その結果を報告する。

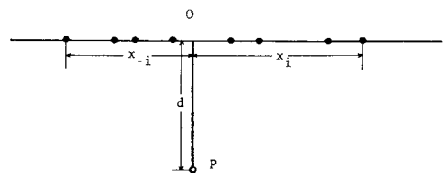


Fig.1 Single Line Exponentially Distributed Vehicles Model

2. 音圧レベルの近似確率密度関数 各音源の1/パワーレベルが0(dB)の指数分布モデルの音の強さ I は、Fig.1を参照して

$$I = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{d^2 + x_i^2} \quad \text{----- (1)}$$

と表わされ、 I は確率変数と考えることができる。 I の特性関数を $g(u) = e^{K(u)}$ とよくと

$$K(u) = \frac{d\pi}{S} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-3)!!}{(2n-2)!!} \frac{1}{n!} \left(\frac{i u}{4\pi d^2} \right)^n \quad \text{----- (2)}$$

となることがわかっている。今、この $K(u)$ を次のような式 $K_1(u)$ で近似する。

$$K_1(u) = \frac{i u}{4dS} \left(1 - \frac{i u}{4\pi d^2} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad a = \begin{cases} 4/\pi (d/S \leq 0.2) \\ 2 (d/S > 0.2) \end{cases} \quad \text{----- (3)}$$

$K_1(u)$ は、(2)式の" $n!$ "の部分をも " a^n "で置き換えることによって得られるもので、(i) $d \rightarrow 0$ 、及び $d \rightarrow \infty$ では $K_1(u) \rightarrow K(u)$ 、(ii) $e^{K_1(u)}$ のフーリエ変換が可能である、(iii) 両者から求まる音の強さの平均値は一致し、分散も一致するか、近い値となる、という3つの条件を満足している。 $e^{K(u)}$ をフーリエ変換した後、対数変換を施して、音圧レベル $X (= 10 \log_{10} I)$ の近似確率密度関数 $f_1(x)$ を導出すると

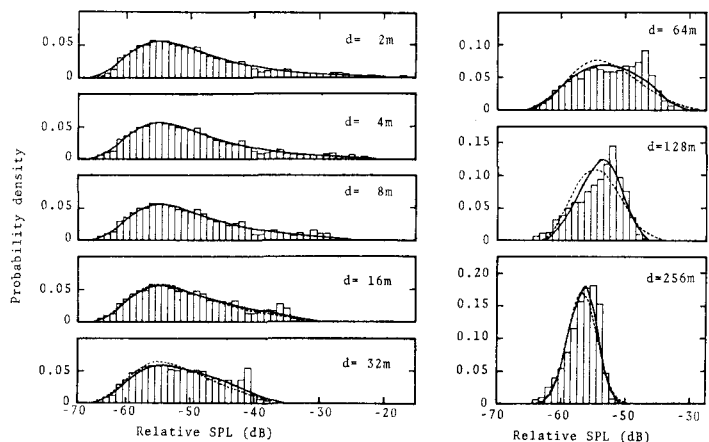


Fig.2 Distribution of SPL of an Exponentially Distributed Vehicles Model. ($S=400m$, $PWL=0dB$) Comparison of the results obtained by Monte Carlo Method (histograms) with approximate expressions (curves). Solid lines are from Eq.(4) and broken lines are from the expression of Takagi et al..

$$f_1(x) = \frac{\ln 10}{40} \frac{\sqrt{a}}{S} 10^{-\frac{x}{20}} \exp \left(-4a\pi d^2 10^{-\frac{x}{10}} - \frac{a\pi}{16S^2} 10^{-\frac{x}{10}} \right) + \frac{\ln 10}{40} \exp \left(-4a\pi d^2 10^{-\frac{x}{10}} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{4(a\pi)^{\frac{3}{2}} d^2}{S} \right\}^k 10^{-\frac{kx}{20}} i^{k-2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{a\pi}}{4S} 10^{-\frac{x}{20}} \right) \quad \text{--- (4)}$$

となる。ただし

$$i^n \operatorname{erfc} z = \int_z^\infty i^{n-1} \operatorname{erfc} t \, dt, \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad i^{-1} \operatorname{erfc} z = \frac{z}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2} \quad \text{----- (5)}$$

である。²⁾ Fig. 2は、(4)式の計算の結果と、高木らが以前に導いた近似式¹⁾及びモンテカルロシミュレーションの結果とを比較したものである。全体として、(4)式のオガシミュレーションの結果とよく一致しているが、ヒストグラムに現れる二層性は捉えられていない。

3. 数値積分による方法 (2)式は、Bessel関数 $J_0(z)$ 、 $J_1(z)$ を用いて

$$K(u) = \frac{i u}{4 d S} \exp\left(\frac{i u}{8 \pi d^2}\right) \left\{ J_0\left(\frac{u}{8 \pi d^2}\right) - i J_1\left(\frac{u}{8 \pi d^2}\right) \right\} \quad \text{----- (6)}$$

のようにも表わされる。(6)式から、音圧レベルの確率密度関数(厳密解) $f(x)$ は

$$f(x) = 8 d^2 \left(\frac{\ln 10}{10} \right) 10^{\frac{x}{10}} \int_0^\infty \exp \left[\frac{z \pi d}{S} z \{ \cos z J_1(z) - \sin z J_0(z) \} \right] \cdot \cos \left[\frac{z \pi d}{S} z \{ \cos z J_0(z) + \sin z J_1(z) \} - 8 \pi d^2 \cdot 10^{\frac{x}{10}} z \right] dz \quad \text{---- (7)}$$

と積分表示される。(7)式の積分を、電算機を用いて数値的に実行して得られた確率密度曲線を、モンテカルロシミュレーションの結果と比較して示したのが、Fig. 3である。図より、車線からの距離 d の値が増大するにしたがい、曲線が二層性から一層性へと変移する様子がわかる。

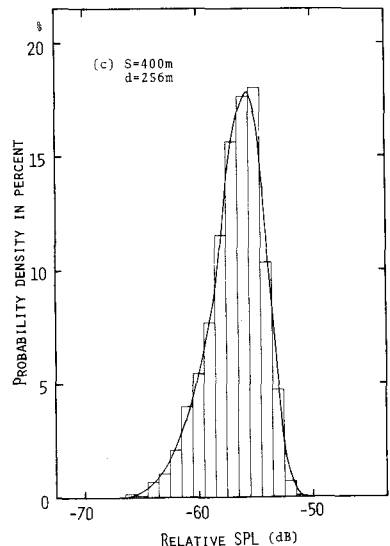
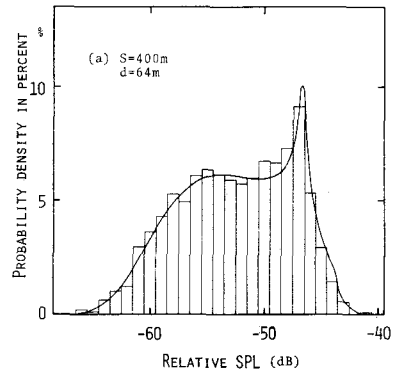
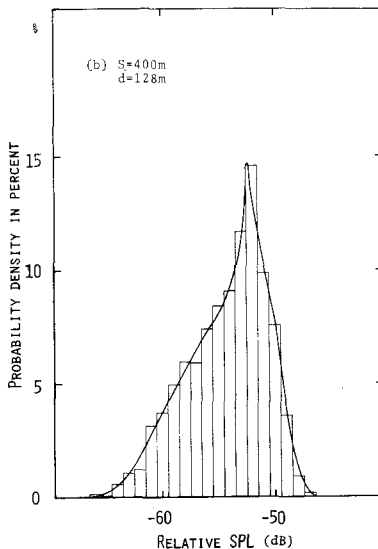


Fig. 3 Distribution of relative SPL (PWL=0dB) of an Exponentially Distributed Vehicles Model. Histograms are obtained from Monte Carlo simulations and curves are from numerical integrations. S=400m. (a) d=64m; (b) d=128m; (c) d=256m.

文献: 1) K.Takagi et al.: J. Sound and Vib. 36, 1974

2) Handbook of Mathematical Functions. Dover Pub. INC