

IV-177 指数分布モデルにおける L_{α} について

京都大学衛生工学教室 高木興一(正)、藤木 修(学)、山本剛夫(正)

1. はしがき 道路交通騒音の予測評価のために、車頭間隔が指数分布する、いわゆる指数分布モデルの解析が従来より進められている。ここでは、一車線等パワーの場合、及び各音源の音響パワーレベルが正規分布する場合について、指数分布モデルの L_{α} を与える式を導出し、この式が、シミュレーションの結果とも良く一致することを確認したので、その結果を報告する。^{註)}

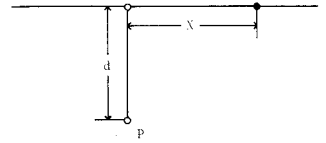


Fig.1 One Point Source Model

2. 理論的考察 無限に長い一車線上を、平均的車頭間隔が S (m)の指数分布をするような状態で、音響パワーの等しい車が走行しており、車線から d (m)離れた位置に観測点を置く。音圧レベル、及び $PWL=0$ (dB)のときの音の強さに関する確率変数を L 、 I とすると、

$$L = PWL + 10 \log_{10} I \quad \text{---- (1)}$$

$$I \triangleq \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{d^2 + x_i^2} \quad \text{---- (2)}$$

となる。 I エネルギー平均レベル、 I の平均 $\bar{I}$ 、分散 σ_I^2 は、それぞれ次式で示される。¹⁾

$$L_{eq} = 10 \log_{10} \bar{I} \quad \text{---- (3)}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{4dS} \quad \text{---- (4)} \quad \sigma_I^2 = \frac{1}{32\pi d^3 S} \quad \text{---- (5)}$$

$d=0$ のときの、 I の確率密度関数(pdf) $P_{d=0}(I)$ は

$$P_{d=0}(I) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}S} I^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{4S} \frac{1}{I}} \quad \text{---- (6)}$$

である。今、指数分布モデルを、Fig.1に示すように、車線上に1個の点音源のみが存在するモデルで近似し、 P 点における I 、及び X のpdf、 $f(x)$ が次式のように示されるものとする。

$$I \triangleq \frac{1}{4\pi} \frac{A}{d^2 + x^2} \quad \text{---- (7)} \quad f(x) = \frac{2B}{S} e^{-\frac{\pi B^2}{S^2} x^2} \quad \text{---- (8)}$$

A 、 B は定数であるが、 $d=0$ のとき、いずれも1となり、かつ音の強さの平均、分散がそれぞれ(4)、(5)式と一致することを示す。次の(9)、(10)式の関係から、以下のように定める。

$$\int_0^{\infty} \frac{A}{4\pi} \frac{1}{d^2 + x^2} f(x) dx = \frac{AB}{4dS} \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{\pi B^2 d^2}{S^2}} \text{Erfc}\left(\frac{\sqrt{\pi} B d}{S}\right) = \frac{AB}{4\pi d S} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\pi B^2 d^2}{S^2}\right)^{-\frac{1}{4}} e^{\frac{1}{2} \frac{\pi B^2 d^2}{S^2}} W_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}}\left(\frac{\pi B^2 d^2}{S^2}\right) = \frac{1}{4dS} \quad \text{---- (9)}$$

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{A}{4\pi} \frac{1}{d^2 + x^2}\right)^2 f(x) dx = \left(\frac{A}{4\pi}\right)^2 \frac{B}{S d^3} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\pi B^2 d^2}{S^2}\right)^{-\frac{1}{4}} e^{\frac{1}{2} \frac{\pi B^2 d^2}{S^2}} W_{\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}}\left(\frac{\pi B^2 d^2}{S^2}\right) = \left(\frac{1}{4dS}\right)^2 + \frac{1}{32\pi d^3 S} \quad \text{---- (10)}$$

ここに、 $W_{\mu, \nu}(z)$ はWhittakerの関数²⁾である。(9)、(10)式から A を消去し、 $W_{\mu, \nu}(z)$ の漸近展開($n=2$ まで)を用いて、 $d/S \rightarrow \infty$ における B の漸近解を求めると(11)式ようになる。しかし、 $d=0$ において $B=1$ 註) L_{α} 、 L_{eq} といった表示は、 A 特性によるウェイトをつけた音圧レベルや、エネルギー平均レベルに対して通常用いられるが、本考察では、そのように限定する必要はないので、音圧レベル、エネルギー平均レベルといった量を表わす場合にも用いる。 PWL や音の強さ I についても同様である。

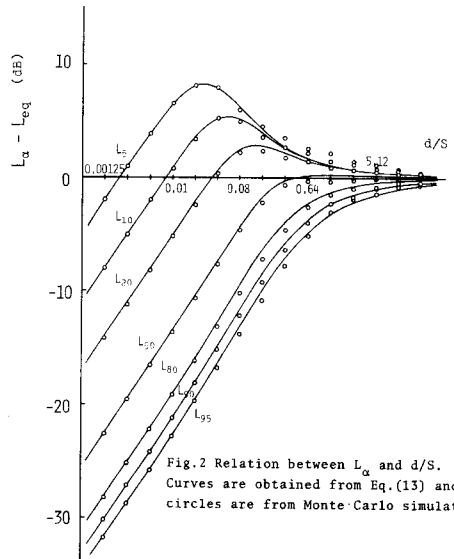


Fig.2 Relation between L_{α} and d/S . Curves are obtained from Eq.(13) and circles are from Monte Carlo simulations.

という要請があるから、結局Bとして(12)式を採用した。

$$B \sim \frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{S}{d} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (11) \quad B = 1 - e^{-\frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{S}{d} \right)^{\frac{3}{4}}} \quad (12)$$

Aの値は、(9)式から定まる。L_αの値は、Fig.1において、P(X ≤ x) = 0.0αとなるようなxの値を(8)式から求めると、以下のように定めることができる。

$$L_{\alpha} = \text{PWL} + 10 \log_{10} \left[\frac{1}{4\pi} \frac{\sqrt{\pi}}{2B} e^{-\frac{\pi d^2}{S^2}} \frac{1}{\text{Erfc}(\sqrt{\pi} \frac{Bd}{S})} \cdot \frac{1}{d^2 + \left(\frac{S}{\sqrt{2\pi} B} \right)^2 C_{\alpha}^2} \right] \quad (13)$$

ただし、Bは(12)式により定まり、C_αは

$$\int_0^{C_{\alpha}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{0.0\alpha}{2} \quad (14)$$

から定まる定数で、任意のαについて求めることができる。Tab. 1にその幾つかの値を示した。

Table 1. The values of C_α

α	C _α	α	C _α
5	0.06271	50	0.67449
10	0.12566	90	1.64485
20	0.25335	95	1.95996

このような近似モデルから導かれるL_αの近似値は、以上の議論からも明らかなように、d = 0、d → ∞において厳密な値と一致する。また、同様な近似方法によって、一車線上に配置されている各点音源のパワーレベルが正規分布、N(PWL, σ²) する場合のL_αの近似値を得ることもできる。この場合には、Bは等パワー-指数分布モデルと同様(12)式から計算し、(13)式中のS、dについては、それぞれ

$$S_0 = S e^{\frac{\sigma^2}{8} \left(\frac{\ln 10}{10} \right)^2} \quad d_0 = d e^{-\frac{3\sigma^2}{8} \left(\frac{\ln 10}{10} \right)^2} \quad (15) \quad (16)$$

のように定義されるS₀、d₀で置き換えるとよい。またPWL = PWLである。

3. 結果の比較 Fig.2は、等パワー-指数分布モデルのL_α-Legとd/Sの関係を、Fig.3はL₅₀の距離dによる減衰を、Fig.4は、音源のパワーレベルが、N(0, 5²)なる分布を持つ場合のL₅₀の距離dによる減衰を示しており、いずれも、(13)式から計算される近似解とシミュレーションの結果を比較対比したものである。両者の相違は、最大でも、ほぼ1.5dB以下であることがわかる。

文 献

- 1) K. Takagi et al.: J. Sound and Vib.. 36, 1974 2) 数学公式Ⅲ, 岩波全書

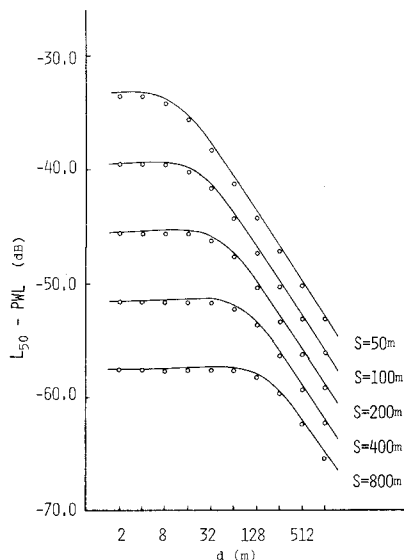


Fig.3 Relation between L₅₀ and the distance from road in a single line flow of vehicles with same acoustic power. (PWL=0dB) Curves are from Eq. (13) and circles are from Monte Carlo simulations.

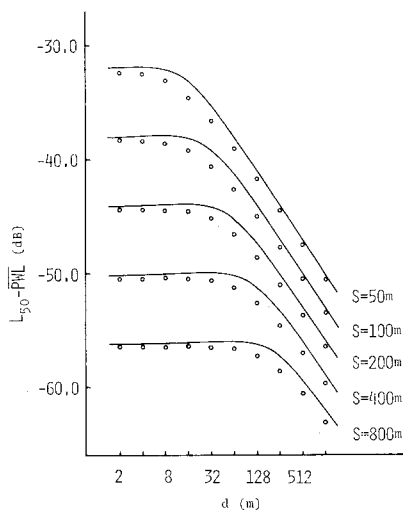


Fig.4 Relation between L₅₀ and the distance from road in a single line flow of vehicles, where the distribution of the acoustic power level is N(0, 25). Curves are from Eq. (13) and circles are from Monte Carlo simulations.