

信州大学工学部 学生員・高林 馨
信州大学工学部 正 員 奥谷 巖

1 はじめに

街路網の交通状態を時々刻々適確に推定予測するという事は交通管制において非常に興味深い問題である。本方法は交通流を確率的見地からとらえ、各時刻での交通状態の推定値と真値との誤差の分散を最小にするという規準にとどづいて、カルマンフィルター理論を応用して行なう。カルマンフィルター理論は制御工学システム工学の分野で推定および予測の理論として発表されたもので、システムの数箇所を観測するだけでシステム全体の状態を総括して推定することができる、時刻の経過に伴って変化するシステムの状態を採集値を用いずに予測することができる、観測値を直ちにオンライン処理できる、膨大なデータや観測値等の記憶の必要性はないなどすぐれた特徴を持っており、街路網の交通状態の推定に応用してみた。

2 式の誘導と計算方法

時刻 $t+1$ のリンク (ij) の交通状態量 $x^{ij}(t+1)$ は右図のように隣接するリンクからそれぞれのリンクの交通状態量に配分率を掛け合わせた量だけが流入するのであるから

$$x^{ij}(t+1) = l_{hij} x^{hi}(t) + r_{kij} x^{ki}(t) + s_{lij} x^{li}(t) \quad (2.1)$$

l_{hij} ; リンク (hi) の①への配分率 r_{kij} ; リンク (ki) の①への配分率 s_{lij} ; リンク (li) の①への配分率 である。街路網全域にわたる状態量方程式の一般形は時刻により変動する既知の量および誤差の量を考慮して

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma u(t) + v(t) \quad (2.2)$$

x ; 状態量ベクトル (n 次元) u ; 時刻により変動する既知の入力ベクトル (r 次元) v ; ガウス白色雑音ベクトル (n 次元)、平均値0、共分散 R Φ ; 状態変換行列 ($n \times n$ 行列) Γ ; 変換行列 ($n \times r$ 行列) になる。一方、観測量は観測系に伴う誤差を含み、真の状態量との間にある変換を介して得られる量であるから

$$y(t) = \alpha x(t) + e(t) \quad (2.3)$$

y ; 観測量ベクトル (m 次元 ($m \leq n$)) α ; 変換行列 ($m \times n$ 行列) e ; 観測量にはいるガウス白色雑音ベクトル (m 次元 ($m \leq n$))、平均値0、共分散 R_e である。対して状態量の推定方程式はシステムの数学的モデルから再構成することができ、実際の観測量との差 $y - \alpha \hat{x}$ を取ることにより再構成した状態量の良否の目安を得ることができる。その目安を適用して調整すればよりよい結果を与える再構成システムが期待できる。式(2.2)、(2.3)で表わされるシステムの再構成システムは

$$\hat{x}(t+1) = \Phi \hat{x}(t) + \Gamma u(t) + K[y(t) - \alpha \hat{x}(t)] \quad (2.4)$$

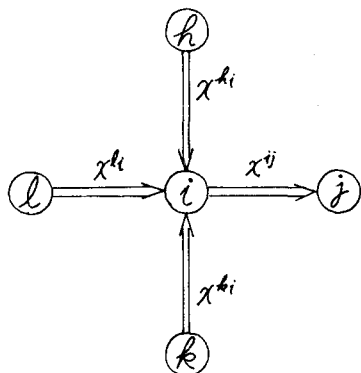
で、状態量の推定値と真値との誤差の分散を最小になるように K を決定すれば最適な推定方程式が得られる。カルマンフィルター理論による K および最適推定値 $\hat{x}(t+1)$ を求める方法を順序に従い結果のみを記す。

i. 時刻 t における観測量誤差の共分散行列 P を次式により求める。

$$P(t) = [\Phi - K(t-1)\alpha] P(t-1) \Phi^T + R, \quad (2.5)$$

$K(t-1)$, $P(t-1)$ は前の時間ステップにおいて既に求められているものをを用いる。

ii. 上式の結果を用いて、時刻 t でのカルマンゲインマトリクス K を求める。



$$K(t) = \Phi P(t) \Phi^T [\Phi P(t) \Phi^T + R_2] \quad (2.6)$$

iii. 求めたカルマンゲインマトリクスを用いて時刻 $t+1$ での最適推定値を計算する。

$$\hat{x}(t+1) = \Phi \hat{x}(t) + \Gamma u(t) + K(t) [y(t) - \Phi \hat{x}(t)] \quad (2.7)$$

ii. iii. を繰り返すことにより逐時最適解を求めることができる。新たに出てきた記号は次の通りである。

$\hat{x}$; 状態量の推定値ベクトル $\tilde{x}$; 推定量誤差ベクトル $\tilde{x} = \hat{x} - x$ R_1 ; ガウス白色雑音ベクトル v の共分散行列 $E[v(t)v^T(k)] = R_1(k)\delta_{jk}$ ($n \times n$ 行列) R_2 ; ガウス白色雑音ベクトル e の共分散行列 $E[e(t)e^T(k)] = R_2(k)\delta_{jk}$ ($m \times m$ 行列) P ; 推定量誤差ベクトルの共分散行列 $E[\tilde{x}(t)\tilde{x}^T(k)] = P(k)$ ($n \times n$ 行列) 初期値 $x(t_0)$ は正規分布をし、平均値 μ 、共分散 R_0 である。初期条件 $\hat{x}(t_0) = \mu$ とすると、推定量誤差の平均値 $E[\tilde{x}(t_0)] = 0$ 、共分散 $P(t_0) = R_0$ になる。行列が時間に依存する場合は、 $\Phi = \Phi(t+1; t)$, $\Gamma = \Gamma(t)$, $\Omega = \Omega(t)$, $R_1 = R_1(t)$, $R_2 = R_2(t)$ として行なえばよい。さらに、現時点 t から n 時間後 ($n \geq 2$) の予測値を求める場合には、観測量ベクトル y を

$$\hat{y}(t+1) = \Omega \hat{x}(t+1) + e(t+1) \quad (2.8)$$

にして、ii. iii. の反復計算を行なう。

3 計算例

長野市の幹路に適用した例を示す。進行できる方向および状態量 x は図 3.1 のようである。時刻 $t+1$ の状態方程式は

$$\begin{aligned} x^1(t+1) &= x^1(t) & x^{11}(t+1) &= S_{12}^1 x^1(t) + r_{12}^1 x^2(t) \\ x^2(t+1) &= l_{12}^2 x^1(t) + r_{12}^2 x^2(t) + S_{12}^2 x^2(t) & x^4(t+1) &= x^4(t) \\ x^5(t+1) &= S_{12}^5 x^2(t) + l_{12}^5 x^4(t) + r_{12}^5 x^5(t) \\ x^6(t+1) &= S_{12}^6 x^5(t) + r_{12}^6 x^6(t) \\ x^7(t+1) &= l_{12}^7 x^6(t) + r_{12}^7 x^7(t) + S_{12}^7 x^7(t) & x^8(t+1) &= x^8(t) \\ x^9(t+1) &= S_{12}^9 x^7(t) + l_{12}^9 x^8(t) + r_{12}^9 x^9(t) & x^{10}(t+1) &= x^9(t) \\ x^{11}(t+1) &= r_{12}^{11} x^8(t) + S_{12}^{11} x^9(t) + l_{12}^{11} x^{10}(t) & x^{12}(t+1) &= x^{12}(t) \\ x^{13}(t+1) &= r_{12}^{13} x^9(t) + S_{12}^{13} x^{10}(t) + l_{12}^{13} x^{11}(t) \\ x^{14}(t+1) &= r_{12}^{14} x^{10}(t) + l_{12}^{14} x^{11}(t) \\ x^{15}(t+1) &= x^{15}(t) & x^{16}(t+1) &= S_{12}^{16} x^{12}(t) + l_{12}^{16} x^{15}(t) \\ x^{17}(t+1) &= r_{12}^{17} x^{12}(t) + S_{12}^{17} x^{16}(t) + l_{12}^{17} x^{17}(t) \\ x^{18}(t+1) &= x^{18}(t) & x^{19}(t+1) &= r_{12}^{19} x^{16}(t) + S_{12}^{19} x^{17}(t) + l_{12}^{19} x^{18}(t) \\ x^{20}(t+1) &= r_{12}^{20} x^{17}(t) + l_{12}^{20} x^{18}(t) & x^{21}(t+1) &= x^{21}(t) \\ x^{22}(t+1) &= S_{12}^{22} x^{18}(t) + l_{12}^{22} x^{21}(t) \end{aligned}$$

S_{ij}^k ; リンク i からリンク j への直進率 l_{ij}^k ; リンク i からリンク j への左折率 r_{ij}^k ; リンク i からリンク j への右折率 である。観測量はいろいろな組み合わせが考えられる。計算結果は当日発表する予定である。

4 あとがき

カルマンフィルタ理論は交通状態の推定にも応用できることがわかった。変換行列 Φ , Γ を決定するという問題があるが、状態量 x を既知量、 Φ , Γ を変量と考えて上記の方法で求めることができる。

(参考文献)

日野・森・吉川; カルマンフィルタによる大気汚染の予測; 土木学会論文報告集 1972年 4月

K・J・アストローム; 確率制御理論入門; コロナ社

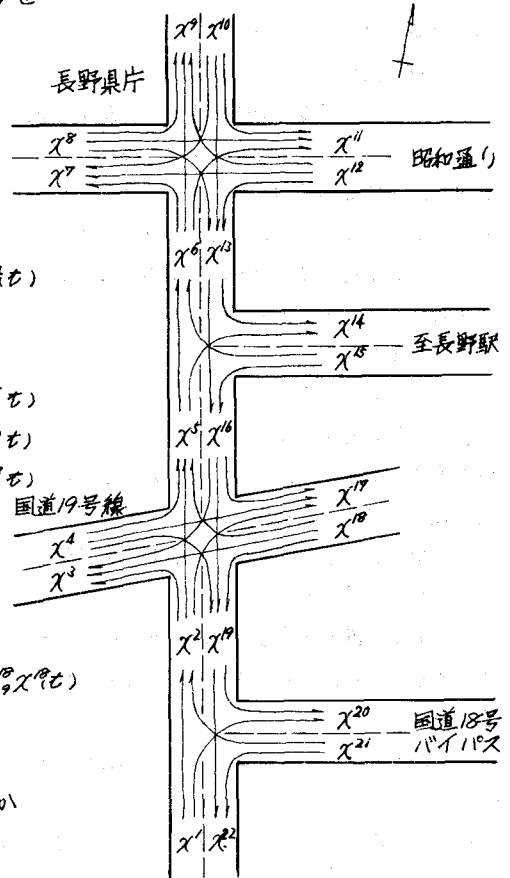


図 3.1