

九州大学工学部 正会員 樽 木 武

1. 緒言 さきに、連続体相似にもとづく交通流理論の一提案を行¹⁾たが、²⁾その際の基礎式の一つに、いわゆる拡散運動方程式に類似した式を用いたものとした。式中には交通量の交通密度に比例する項の比例定数 V_0 と空間的な密度変化に比例する項の比例定数 k が含まれているが、これらは、交通量と交通密度との関係がその基本ダイアグラムに適合するように定められねばならない。基本ダイアグラムは一般に凸形曲線を与えられるから適当な時間刻みに対して、前時間段階の結果から V_0 、 k の近似値を定め、次の時間段階の計算を行うといった具合に、 V_0 、 k の値を逐次修正しながら計算を進めることにより基本ダイアグラムに即した解析が可能になる。しかしながら、実際に演算を行¹⁾った経験によれば、この逐次修正過程において、 V_0 、 k の値を求める場合の複雑さや、誤差累積の問題から必ずしも満足すべき結果をうるにはいたらなかった。そこで、本研究では、この著者の提案する交通流理論をさらに改良して単純化し、初期の目的を達成せしめることも意図するものである。

2. 交通流の基礎微分方程式とそのFEMによる定式化 交通路軸に沿って x 軸ととり、その任意断面における交通量を Q 、交通密度を D とすれば、次の連続方程式が成立する²⁾

$$\partial D / \partial t + \partial Q / \partial x - g = 0 \quad (1) \quad (\text{ここに、} t: \text{時間, } g: \text{単位長さ単位時間当りの発生分布交通量})$$

他方、交通量 Q と交通密度 D に関する基本ダイアグラムにおいて、交通密度 D のレベルに応じて定まる定数 V_0 、 Q_0 を導入すれば、近似的に次式を仮定することができる。 $Q = V_0 D + Q_0 \quad (2)$

すなわち、上式はFig. 1に示すように、 $Q-D$ 基本ダイアグラムもある密度レベル区間に限って直線近似したものであり、 V_0 はその勾配を意味し、速度の次元をもつ定数である。また、 Q_0 はこの近似直線が Q 軸と交わる点の値で、交通量に同次元である。式(2)を式(1)に代入し、かつその結果えらわれる式の両辺を微小時間区間 $[t^{(i)}, t^{(i+1)}]$ で定積分すれば、時間に関して離散化された次のような交通流の基礎微分方程式がえられる。

$$V_0^{(i)} \bar{D}' + \frac{2}{\Delta t} \bar{D} - \frac{2}{\Delta t} D^{(i)} - g^{(i)} = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\bar{D} = \frac{1}{2} (D^{(i+1)} + D^{(i)})$, $\bar{D}' = \partial \bar{D} / \partial x$, また、

サフィックス(I)は時刻 $t^{(i)}$ における諸値を意味する。

また、交通路を要素分割したときの一要素 $i-j$ に関して、その交通密度 D_{ij} の試行関数が次のように仮定できる²⁾

$$\bar{D}_{ij}(x) = [N_i \ N_j] \bar{D}_{ij} \quad (4) \quad \text{ここに、} N_i = 1 - x/l_{ij}, \quad N_j = x/l_{ij}$$

$$x = x/l_0, \quad l_0: \text{基準長さ}, \quad \bar{D}_{ij} = [\bar{D}_i \ \bar{D}_j]^T$$

また、重み関数として N_m を用い、式(3)にGalerkin法を適用すれば次式がえられる。

$$\int_0^L N_m V_0^{(i)} \bar{D}' dx + \int_0^L \frac{2}{\Delta t} N_m \bar{D} dx - \int_0^L \frac{2}{\Delta t} N_m D^{(i)} dx - \int_0^L N_m g^{(i)} dx = 0 \quad (5)$$

式(5)に式(4)を代入すれば、式(5)左辺に対する一要素の寄与が次のように算定できることになる。

$$\Delta = A_{ij} D_{ij}^{(i+1)} - B_{ij} D_{ij}^{(i)} - Q_0 \quad (6)$$

$$\text{ここに、} A_{ij} = \frac{V_0}{4} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \frac{l_{ij}}{6\Delta t} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B_{ij} = -\frac{V_0}{4} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \frac{l_{ij}}{6\Delta t} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad Q_0 = \frac{g_{ij}^{(i)} l_{ij}}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

式(6)を全要素について求め、これを用いて全体方程式を組立てれば式(7)がえられ、これが時刻 $t^{(i+1)}$ の交通密度を算定するための基本連立方程式となるものである。 $[A_{ij} D_{ij}^{(i+1)}] - [B_{ij} D_{ij}^{(i)}] - [Q_0] = 0 \quad (7)$

なお、定常状態では $D_{ij}^{(i+1)} = D_{ij}^{(i)} (= D_{ij})$ であるから、

$$\text{式(7)は次のように簡略化される。} \quad [C_{ij} D_{ij}] - [Q_0] = 0 \quad (7')$$

$$\text{ここに、} C_{ij} = \frac{V_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

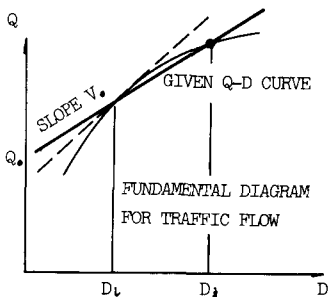


Fig. 1

3. 初期条件および境界条件について 初期条件は交通流が定常状態にある場合を考えるが、この定常状態の計算は式(7)が用いられる。その際、式中の D は密度レベルにより異なるから、まず、当初 D を適当に仮定して計算し、ついで算定密度に相当する D を仮定しなおして計算をやり直すといった試算法が採用される。あるいは、流入・流出交通量を何段階かに分けて漸増的に計算を逐行する手法も考えられる。境界条件は、対象解析領域の最上流節点の交通密度既知で与えられる。すなわち、最上流節点を“1”とすれば、この節点1より上流からの流入交通量にみあう交通密度 D_1 を基本ダイアグラムに示す関係から求め、これが境界条件として与えられることになる。

4. 計算手順 非定常交通流の計算においては、非定常項と定常項との関係によつて解が振動し、実情に即した解がえられないことがある。この難点をなくすため、ここでは前時間段階に対して、次の時間段階に対する解を式(7)より求め、両者を平均することにより中間の時間段階の交通密度を求めよう工夫するものである。このとき、本題の計算手順はFig.2に示すようになる。

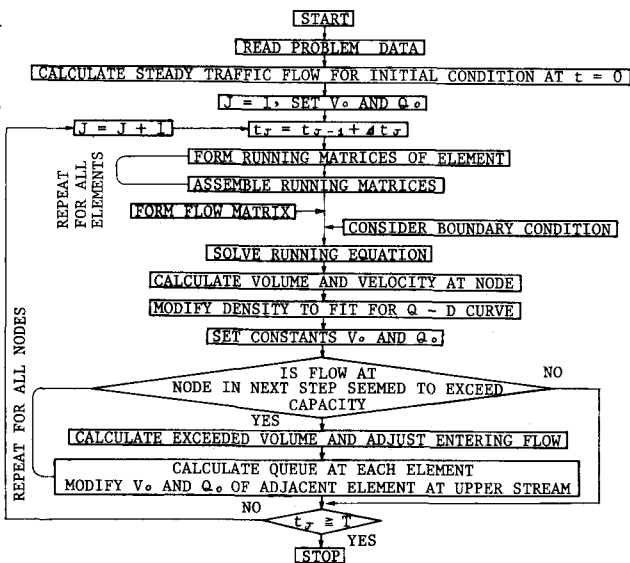
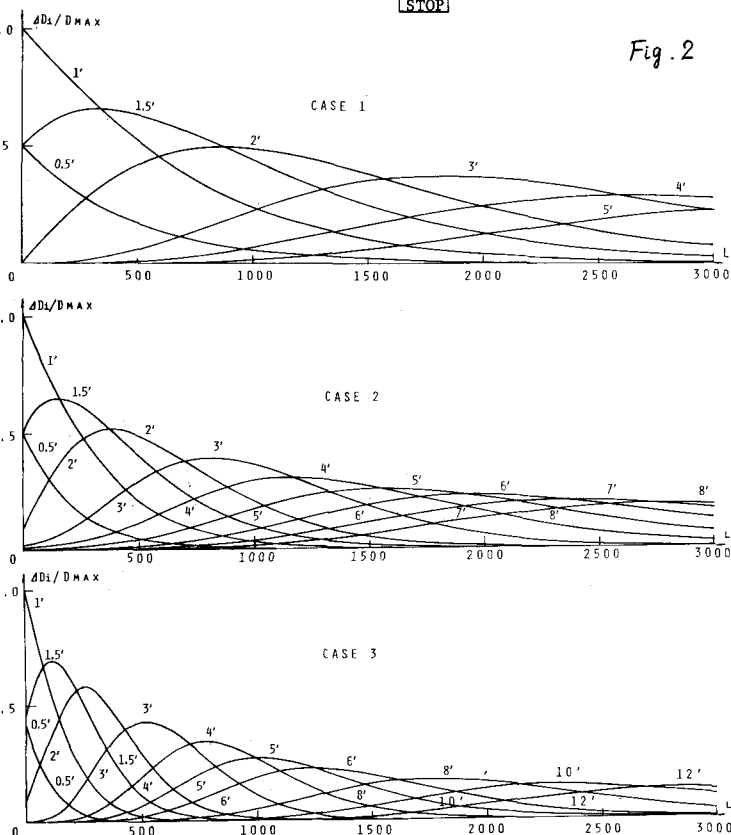


Fig. 2

5. 計算例 総延長3kmの道路区間において、当初境界よりの流入交通量が2.0, 17.0, 22.0台/minであったものが、さらに次の1分間にそれぞれ2台/min増加し、次の1分間でともに減少することと非定常交通流の解析を行えばFig.3に示すとおりである。図は交通密度の変化を示したものであるが、最初の交通量変化から時間が経過するにつれて次第に平滑化していく様子を知ることができよう。なお、本計算例より明らかのように、交通量が高レベルにある場合には、低レベルの場合よりも演算精度が劣る。これは、 D_0 の値が小さくなるため、同じ交通量変化でも、密度がより大きく変化すること起因するものである。

Fig. 3



参考文献

1. 橋本・土居：FEMによる交通流解析，第1回車路技術講演会，第4部，pp. 272～273，1976。
2. 橋本・土居：交通流理論の一般化とそのFEMによる定式化，九大工学集報，50巻1号，pp. 1～4，1977。