IV-159 路面凹凸評価法のいくつかの統計的性質

東京理科大学 岩瀬晃盛
建設省土木研究所 浦野隆

1 まえがき

路面の平坦性（Roughnessを考えており、今回はTextureは考えない）を表現する方法は、現在までに既にいくつか考え出されており、また、各方法による実測値はかなり報告されている。しかし、各方法の理論的な特性の追求は十分になされていないのが実状のようである。本研究では、路面の凹凸と乗り心地、及び、車体の振動との関係を解明する上で基礎的な問題であると思われる　道路表面波の測定記録（道路表面波そのものではない）を正規定状確率過程 $X(t)$ $0 \leqq t < T$，の実現波と見なして、Profile Index, Total Cumulative Roughness, ±5mm範囲内百分率、AASHO式プロフィルメータによるIndex, 及び交点法の5種類の方法についての定式化とその解析を行う。以下で用いる記号を次のように約束する。$\mu = X(t)$の母平均、$\sigma^2 = X(t)$の母分散、$\rho(h) = X(t)$ の母相関関数

2 Pr. I

これは平均 $\mu(=0)$ を中心にして±3mmの管理限界（C）を定め、それから逸脱する各部分の限界帯からの最大逸脱量の総和を単位区間あたりにした値であるが、ここで最大逸脱量を極大逸脱量に換えた近似的な値を考える。単位区間におけるレベル $c = C/\sigma$ 以上での極大点の平均個数 $N_{max}(h \geqq c)$，極大値の確率密度関数 $W(h)$，単位区間におけるレベル c と正の傾きで交わる平均交点数 $E[N^+(c)]$ などが既にわかっているので、$E[Pr.I.]$ の近似値として次の2つが考えられる。

$$N.Z. = 2N_{max}(h \geqq c) \cdot Z_{mean}(h \geqq c),$$

$$N.N. = 2N^+(c) \cdot Z_{mean}(h \geqq c).$$

ただし、$Z_{mean}(h \geqq c) = \int_c^\infty h \cdot W(h)dh.$

$$\sigma_1^2 = -\sigma^2 \rho^{(2)}(0), \quad \sigma_2^2 = \sigma^2 \rho^{(4)}(0), \quad V = 1 - \sigma_1^4/(\sigma^2\sigma_2^2)$$

$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp[-x^2]dx$ とすれば、

$$N.Z. = (2\pi)^{-3/2} \cdot (\sigma_2/\sigma_1) \{1 + \sqrt{1-V^2} \exp(-\tfrac{c^2}{2}) - \Phi(\tfrac{c}{\sqrt{2}V}) + \sqrt{1-V^2} \exp(-\tfrac{c^2}{2}) \cdot \Phi(\sqrt{1-V^2}\, c/\sqrt{2}V)\} \cdot [\tfrac{\pi}{2}\sqrt{1-V^2} + \sqrt{\pi}V(1-V^2) + V^3 \exp(-\tfrac{c^2}{2V^2}) + \sqrt{\pi(1-V^2)}\, \mathrm{Arctg}(\tfrac{1-V^2}{V}) - \sqrt{\tfrac{\pi}{2}(1-V^2)} \int_0^c h^2 \exp(-\tfrac{1}{2}h^2)dh - \sqrt{\tfrac{\pi}{2}(1-V^2)} \int_0^c h^2 \exp(-\tfrac{1}{2}h^2) \cdot \Phi(\sqrt{1-V^2}\, h/\sqrt{2}V)dh],$$

N.N. = 略

これらの式によれば、関与しているのは $c = 3/\sigma$, σ^2 及び $\rho(h)$ の $h = 0$ における性質のみである。

3 T.C.R.

これは路面凹凸の測定波の上下方向の変化量を加えて単位区間あたりにした値であるから

$T.C.R. = \frac{1}{T}\int_0^T |\dot{x}(t)|dt$ 　[cm/km]

となり、$E[T.C.R.] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_1$，　である。即ち、$\rho(h)$ が同一の路面について考えれば、平均的な意味で T.C.R. と標本標準偏差とは線型関係が成立している。また、レベル c と標本交点数を N(c) とすれば、

$$T.C.R. = \int_{-\infty}^{\infty} N(c)dc$$

なる式で、T.C.R.と交点数とが結び付いている。標準偏差が同一の路面を考えた場合、$\rho(h)$ のパラメータにより、平均的な意味でT.C.R.が大きな値を持つようになったり小さな値を持つようになったりすることがわかる。

4 ±5mm範囲内百分率

μを中心として±5mmの管理幅を作り、この中に $X(t)$の標本関数値が滞留している時間の総和を単位区間あたりにした値[%]であるから、その期待値は $100\Phi(5/\sqrt{2}\sigma^2)$ である。これは $X(t)$ の標準偏差のみに依存していて、$\rho(h)$とは無関係な量である。したがって標準偏差の簡便な求め方があれば、それに換えられることを示している。

5 AASHO式プロフィロメータのIndex

これは τ=23 cm だけ離れた2点 $X(t)$ と $X(t+\tau)$ とを結ぶ線と水平線との角度 $\theta(t)$ に路面凹凸を変換して、しかる後に $\theta(t)$ の分散を求めた値である。$\theta(t)$ はせいぜい 3° 程度の大きさにしかならないので、$\theta(t) \sim \tan\theta(t)$ と見なせる。したがって

$$V[\theta(t)] \approx \frac{2}{\tau^2}(1-\rho(\tau))\sigma^2$$

である。相関関数の $\tau=23\,\mathrm{cm}$ の所での値のみ関与していることに注意すれば、他の Index との関係は明らかである。即ち、$\rho(h)$ が同一の路面を考えた場合、標本分散とは線型関係、T.C.R. とは2次関数の関係がある等である。

以上までの考察により、σ^2 が重要な因子であること、$\rho(h)$ の局所的な性質のみが関与していることなどがわかる。μ, σ^2 及び $\rho(h)$ しか関与しないことは $X(t)$ の正規定常性の仮定から当然なのであるが、以下で我々は μ, σ^2 及び $\rho(h)$ を各々単独で推定する方法、しかも測定の簡便さを失わない方法を考察する。

6 交点法

$0 \leqq t \leqq T$ における $X(t)$ とレベル C との交点数を $N(C)$ とすれば

$$E[N(C)] = \frac{T}{\pi} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{C-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

である。ここで、C として $m_0 \pm a$, $m_1 \pm a$ の4本のレベルを考え、この各レベルについて $E[N(C)]$ を作り、$m_0 \neq m_1$, $m_0 \neq \mu$, $a \neq 0$ の条件の下で μ 及び σ^2 について解く。そして、各レベルでの交点数の期待値をそれぞれのレベルの標本交点数で置き換える（モーメント法）ことにより以下の μ 及び σ^2 の推定量を得る。

分散が既知のときの平均の推定量；

$$\tilde{m} = m_0 + \frac{\sigma^2}{2a} \ln \frac{N(m_0+a)}{N(m_0-a)}$$

分散が未知のときの平均の推定量；

$$\tilde{M} = \frac{m_1 \ln\left(N(m_0+a)/N(m_0-a)\right) - m_0 \ln\left(N(m_1+a)/N(m_1-a)\right)}{\ln\left(N(m_0+a)N(m_1-a)/N(m_0-a)N(m_1+a)\right)}$$

平均が既知のときの分散の推定量；

$$\tilde{s}^2 = 2a(\mu - m_0)/\ln\left(N(m_0+a)/N(m_0-a)\right)$$

平均値が未知のときの分散の推定量；

$$\tilde{S}^2 = 2a(m_1-m_0)/\ln\left(N(m_0+a)N(m_1-a)/N(m_0-a)N(m_1+a)\right)$$

Pr. I. 及び ±5mm 範囲内百分率を求める時には、μ の値が事前情報として必要であった。しかし、実際問題としては μ が未知の場合が多い。$\tilde{m}$, $\tilde{M}$ はこれへの対応である。測定波と水平レベルとの交点数を観測することは、交点が長さなどの次元を持っていないので極めて簡便である。さて、この方法で問題となるのは m_0, m_1, a の決め方である。$\tilde{m}$ 及び $\tilde{s}^2$ については、シミュレーションにより次のような結果が得られる。$\tilde{m}$ については、μ を対称にして上下に σ から 2σ 程度離して2本のレベルをとることが望ましい。$\tilde{s}^2$ については、1本は μ に等しくとり、他の1本はそれから σ ないし 2σ 程度離してとることが望ましい。望ましいという意味は、推定量の分散が小さくなるということである。ここで、レベルの決め方で求めようとするパラメータを用いた表現をしているが、シミュレーションによれば、$\tilde{M}$ や $\tilde{S}$ など事前情報を用いないもので推定した値を代用してレベルを決めても、それほど推定の分散の増大は生じないようである。次に $\rho(h)$ の推定量については、$X(t)$ とそれを t 方向へ h, 変位方向へ e だけ平行移動したもの, 即ち $X(t+h)+e$ との交点数を $M(h;e)$ とすれば

$$\tilde{\gamma}(h) = \sigma^2 - e^2/4\ln\left(M(h;0)/M(h;e)\right)$$

として得られる。e としては、3σ 前後の値にすると良いようである。交点数だけから $\rho(h)$ を推定できて便利であるが, 最大の難点は $X(t)$ を複写したものが必要である点である。以上のような交点法の考え方は homogeneous normal random field $z=\xi(x,y)$ の分散を推定することにも利用できる。即ち、観測領域 D において、$\mu(a)$ を単位面積中における $z=\xi(x,y)$ がレベル $z=a$ と面断してできる境界の周の長さの総和の平均とすれば（但し, $E(x,y)=0$ とする）

$$\sigma^2 = (a_1^2 - a_2^2)/2\ln\frac{\mu(a_2)}{\mu(a_1)}$$

である。さて、枠の長さを L, $\bar{n}(a)$ を $z=a$ の上に実現した線分と枠との交点数の平均とすれば、$\xi(x,y)$ の分散の推定量として

$$\sigma^2 = (a_1^2 - a_2^2)/2\ln\left(\bar{n}(a_2)/\bar{n}(a_1)\right)$$

が得られる。枠として円を用い、枠の方向の確率化を除去しておけば、更に簡単に計算できる。

[参考文献]

K.Iwase; Estimation for a stationary Gaussian process by the numbers of crossings of levels, Rep. Stat. Appl. Res. JUSE, Vol.22, P.120～132