

IV-44 エントロピー法による層別化交通機関分担モデル

岐阜大学工学部 正員 宮城 俊孝
岐阜大学工学部 正員 加藤 晃

1. まえがき

交通機関分担モデルの多くは、交通機関のサービス水準によってのみ利用者の挙動を予測しようとする。しかし、現実には、交通機関のサービス水準には無関係にある特定の交通機関を選択する人がいる。たとえば、通勤通学トリップにおける定期乗客あるいは行楽トリップにおける自動車愛好者等。このように交通機関のサービス特性に非弾力的な層をモデルに導入しようというのが本研究の意図するところである。

ところで、消費者行動分析において、このようなみかけの固定層と要因によってコモディティを選択する流動層を分離したモデルを提案したものはハーニター⁽¹⁾であった。ハーニター・モデルは流動層におけるコモディティ分担率がある確率分布に従うと仮定した連続モデルであるが、これを離散的に扱ったのが、国沢による方法である。ここで提案するモデルも国沢モデルに基礎をおくが、国沢の方法が単に層別比率の推定法として定式化されているのに対し、ここでは、これを交通機関分担率の予測式として用いようというものである。

2. エントロピー最大化手法による層別比率の推定

今、個人属性の層別化されたデータが得られているものとし、各層を s で区別する。また、ある層 s のトリップ目的別の総トリップ数を N_s^k とする。ところで、利用者は交通機関を M_1, M_2 の2個とし、分担率に影響を与えた利用交通機関の属性を所要時間 T とする。このとき、総トリップ数 N （特に断わらないう限り、添字 s, k を落として考える）のうち、利用機関の属性に非弾力的な層が存在し、これを固定層と呼ぶならば、 M_1 の固定層、 M_2 の固定層のそれぞれに N_1, N_2 という量が対応する。また、利用機関の所要時間によってモードを愛好する層と所要時間層と呼び、これを N_3 とおく。各層に属する人 i はモード1, 2を選ぶ量を N_{ij} ($i=1, 2, 3, j=1, 2$) とおく。この関係を表-1に示す。表-1の各々の量に対応した確率を表-2に示す。すなわち表-1と表-2の各量の関係は、

$$N_i = T w_i, \quad \sum_{i=1}^3 w_i = 1, \quad N_{ij} = N w_i p_{ij}, \quad \sum_j p_{ij} = 1 \quad (1)$$

で与えられる。

さて、このとき、総トリップ量 N と表-1の各項へ割り振る「場合の数」を W とすると、 W は次式で与えられる。

$$W = N! / \prod_{ij} N_{ij}! \quad (2)$$

今、対象としている集団が一般的な交通行動をもつと仮定するならば、その集団に属する個々の交通行動を先験的に区別することはできない。したがって、最も起こり易いパターンを求めるには、式(2)を最大化すればよい。ただし、固定層に属する人と所要時間層に属する人とは、明らかに異った選択行動をとる。すなわち、 M_1 層、 M_2 層に属する人については、 P_{ii} ($i=1, 2$) はほぼ1となり、 P_{ij} ($i \neq j$) は無視しうなほど小さいと先験的に言える。以上の事を踏まえて、最も起こり易いパターンを求めるには、式(3)を最大化すればよい。

$$W' = - \sum_{i=1}^3 w_i \log w_i - w_3 \sum_{j=1}^2 p_{ij} \log p_{ij} \quad (3)$$

また、モード分担率の実績値を m_1, m_2 とみると、次式の関係が成立する。

表-1

層別 \ モード	M_1	M_2
M_1 層	N_1	N_{11}
M_2 層	N_2	N_{21}
所要時間層	N_3	N_{31}

表-2

層別 \ モード	M_1	M_2
M_1 層	w_1	1
M_2 層	w_2	0
所要時間層	w_3	p_{31}
モード分担率	m_1	m_2

$$\left. \begin{aligned} w_1 + w_3 p_{31} &= m_1 \\ w_2 + w_3 p_{32} &= m_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

したがって、式(4)を制約条件とし、式(3)を最小化問題に变形した形、すなわち、Kullback判別関数、式(5)を最小にするように w_i を求めることができた。

$$K = \sum_{i=1}^2 w_i \log(w_i/\sigma) + w_3 \log\{w_3 / (\prod p_{3j}^{-p_{3j}}/\sigma)\} + \log \sigma \quad (5)$$

ここに、 $\sigma = 2 + \prod p_{3j}^{-p_{3j}}$ であり、各項の分母の和を規準化するように導入される。

上述の問題では、 p_{3j} が前もって与えられることが前提であり、その結果、目的関数より $\log \sigma$ の項が除去される。 p_{3j} は調査によって求められるが、それが難しい場合には一因子情報路モデルによって求めることが可能である。また、 w_i を求めるにあたり、問題は形式より Darroch & Ratchitt の反復尺度法が利用できる。

3. モデルの特性

p_{3j} に影響を与える要因が変化し、新しい分担率 $\bar{p}_{31}, \bar{p}_{32}$ が求められたとしよう。このとき、現在、モデルを利用して11の人が、将来モードを選ぶ同時確率は次のようにして求めることができた。

$$M = \begin{bmatrix} p_r(\bar{M}=1, M=1) & p_r(\bar{M}=2, M=1) \\ p_r(\bar{M}=1, M=2) & p_r(\bar{M}=2, M=2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & w_3 \bar{p}_{31} \\ 0 & w_2 & w_3 \bar{p}_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \bar{p}_{31} & \bar{p}_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 + w_3 \bar{p}_{31} \bar{p}_{31} & w_3 \bar{p}_{31} \bar{p}_{32} \\ w_3 \bar{p}_{32} \bar{p}_{31} & w_2 + w_3 \bar{p}_{32} \bar{p}_{32} \end{bmatrix} \quad (6)$$

このとき、 M の要素 m_{ij} と現在モード分担率 m_i 、将来モード分担率 $\bar{m}_i$ の間には次式関係が成立する。

$$m_i = \sum_j m_{ij}, \quad \bar{m}_i = \sum_j \bar{m}_{ij} \quad (7)$$

すなわち、現在の利用モードが1という条件のもとで、将来モードを選ぶ条件付確率を、固定層については1、所要時間層については各々 $\bar{p}_{31}, \bar{p}_{32}$ のするとき、将来の分担率が求められる。また、式(7)の関係より、

$$\bar{m}_{ij} = m_{ij} / m_i, \quad m_{ij} / \bar{m}_i = \bar{m}_{ij} \quad (8)$$

は各々、モード i からの逸走率、モード j への吸引率を表わしている。

4. 分担率の予測式

上述の例では、説明の便宜上、利用機関の属性を1個だけにしたが、実用に耐える意味では、少なくとも所要時間、所要費用の2要因を取り入れる必要がある。このとき、要因に弾力的な層の分担率が一因子情報路モデルで求められる場合の予測式は、

$$\bar{m}_i = w_i + w_t \frac{e^{-\lambda t_i}}{\sum_j e^{-\lambda t_j}} + w_c \frac{e^{-\lambda c_i}}{\sum_j e^{-\lambda c_j}} \quad (9)$$

で与えられる。

ここに、 $\bar{m}_i$ = モード i の分担率

t_i, c_i = モード i の所要時間および所要費用

w_t = 所要時間による分担率にかかると重み

γ, λ = パラメータ

w_c = 所要費用による分担率にかかると重み

ところで、固定層の比率や重み係数 w_t, w_c (時間層、費用層の比率) はトリップ目的ごとに大きく異なると思われるので、上述のモデル式は、少なくともトリップ目的ごとに作成が必要がある。

参考文献

- (1) Herniter, J. D : An entropy model of brand purchase behavior, Journ. of Market. Res., 1973
- (2) 国沢清典 : エントロピー・モデル, 日科技連, 1975
- (3) Darroch, J. N. and D. Ratchitt : Generalized iterative scaling for log-linear model, Annals of Math. Stat., 1972