Ⅳ-43　直交多項式による交通機関別分担曲線の推定について

北海道大学　正員　○ 佐藤 馨一

〃　〃　五十嵐日出夫

運輸省　〃　小原 恒平

1．はじめに　交通機関別分担モデルにおけるトリップインターチェンジモデルは，モデルの中にゾーン間のサービス水準を直接的に反映することができるので，実際の交通計画においてはトリップエンドモデルに比べて用いられる頻度が多い。ところで，トリップインターチェンジモデルを用いて交通機関別分担を推計するためには，まず交通機関の選択がいかなる要因に基づいて行なわれているかを明らかにしなければならない。交通機関の選択要因を明らかにするモデルを今，選択モデルと名づけると，選択モデルはパーソントリップ調査の結果に各種の多変量解析法を適用して求めることができる。選択モデルは現状の交通機関に関する定性的な分析には非常に威力を発揮するが，定量的な解析を行なうためには種々の工夫をしなければならない。特に将来において新しい交通機関等が導入された場合の交通機関別推定は非常に難しくなる。本研究は計画中の新千歳空港と，札幌市間に新交通システムを導入した場合の交通機関別分担モデルを得ることを第一の目的としているので，多変量解析的なアプローチは採用せず，実験計画法を主としたアプローチを採用することにした。つまり，調査データが先にあってそれからモデルを作るのではなく，あらかじめモデルを予想しておき，その予想が妥当であるか否かを明らかにするため調査を行なおうとするものである。さらに，調査結果の応答曲線を直交多項式で推定することにより，実測値と推定値との残差平方和は非常に小さくなり，従来の多変量解析によるモデルより予測精度が高まることを明らかにした。

2．直交多項式の基本概念　yをA_iおよびB_jの多項式回帰（曲面回帰）で近似するための一般モデルは次のようになる。　$y = m + a_1 A_i + b_1 B_j + a_2 A_i^2 + c_{11} A_i B_j + b_2 B_j^2 + a_3 A_i^3 + \cdots + \varepsilon$　（1）

このモデルに従って回帰するためには，$x_1 \equiv A_i$，$x_2 = B_j$，$x_3 \equiv A_i^2$，$x_4 \equiv A_i B_j$，$x_5 \equiv B_j^2$，…… と考えて，重回帰分析の手順を行なえばよい。しかし，この場合にx_sは互いに直交していないので，積和行列の逆行列を求めるというやっかいな計算を必要とする。ところがA_i，B_jが等間隔の水準であるときには，式(1)を式(3)の互いに直交する多項式の組合せとして次のように表わすことができる。

$$\hat{y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_1 f_1(A_i) + \hat{\beta}_1 g_1(B_j) + \hat{\alpha}_2 f_2(A_i) + \hat{\gamma}_{11} f_1(A_i) g_1(B_j) + \hat{\beta}_2 g_2(B_j) + \hat{\alpha}_3 f_3(A_i) + \cdots + \varepsilon \qquad (2)$$

ここで，
$$\left.\begin{array}{l} f_1(A_i) = A_i - \bar{A},\quad g_1(B_j) = B_j - \bar{B} \\ f_2(A_i) = \{ (A_i - \bar{A})^2 - (a^2 - 1)\cdot h_A^2/12 \},\quad g_2(B_j) = \{ (B_j - \bar{B})^2 - (b^2 - 1)\cdot h_B^2/12 \} \\ f_3(A_i) = \{ (A_i - \bar{A})^3 - (3a^2 - 7)(A_i - \bar{A})\cdot h_A^2/20 \} \end{array}\right\} \qquad (3)$$

ただし，$\hat{\mu}$，$\hat{\alpha}_1$，$\hat{\beta}_1$，……；m，a_1，b_1，…の推定値

h_A，h_B；A，Bの水準間隔，a，b；A，Bの水準数，$\bar{A}$，$\bar{B}$；A_i，B_jの平均値

直交多項式を用いて回帰曲面を求める方法の主なる長所を掲げると次のようになる。

（1）．関数$f_p(A_i)$，$g_q(B_j)$が直交関数であるので，回帰係数 $\hat{\mu}$，$\hat{\alpha}_1$，$\hat{\beta}_1$… を推定する正規方程式の係数のつくる行列は対角行列となり，回帰係数を求める計算が非常に簡単になる。

（2）．分散分析を行なうときの効果を1次成分，2次成分，それらの交互作用などに直交分解できるので，計算が容易となり，しかも検定も簡単になる。次数を上げるときは必要な計算だけを行なえばよい。つまり，等間隔のK点の場合に，i次の項（$i \leqq K$）で打切れば，それがそのまま最小二乗法によるi次の多項式になる。

（3）．各係数の分散成分を求め，推定誤差を求めるのが容易である。また当然，各係数の共分散はない。

3. 直交多項式による応答曲線の当てはめ　　札幌都心と新千歳空港間に新交通システムが導入されたとき，現在の航空旅客がどのような選択を行なうかを明らかにするため，実験計画法を用いてアンケート調査を実施した。取り上げた要因および水準は，A：料金（4水準），B：所要時間（2水準），C：待ち時間（2水準），D：調査日（2水準），F：方向（2水準）であり，それぞれの主効果とA×B，B×Cの交互作用を検出できるようにL_{16}の直交表に割りつけた。直交表による各列の要因効果を推定し，分散分析を行なった結果，A，B Cの主効果と，A×Bの交互作用が有意になった。（注−1）．そこで有意となった要因を用いて応答曲線を推定するため，表−1のような分散分析表を作成した。

表−1　分散分析表

要因	S	ϕ	V	F_0	S'	ρ (%)
A	3198.82	3				(63.5)
A_L	3133.76	1	3133.76	600.34**	3128.98	62.4
A_Q	7.43	1	7.43	1.42	2.65	0.1
A_C	57.63	1	57.63	11.04**	52.85	1.0
B	1503.50	1	1503.50	288.02**	1498.72	29.9
C	128.26	1	128.26	24.57**	123.48	2.5
$A\times B$	142.75	3				(2.7)
$A_L\times B_L$	28.2	1	28.2	5.40	23.42	(0.5)
$A_Q\times B_L$	112.88	1	112.88	21.63**	108.1	2.2
$A_C\times B_L$	1.65	1	1.65	0.32	—	—
e	36.55	7	5.22		—	1.4
計	5009.88	15				100

表−1において，Sは偏差平方和，ϕは自由度，Vは分散，F_0はF値，S'は純効果，ρは寄与率を示す。また，A_LはAの効果の1次成分，A_Q，A_Cはそれぞれ2次，3次成分を示す。$A_L\times B_L$はAの1次成分とBの1次成分の交互作用成分を示している。eは誤差項である。表−1の分散分析表から，有意となった回帰係数を定めると，応答曲線の推定式は次のようになる。ただし，当てはめにあたっては2次の項が有意であれば，1次の項も拾うというように，有意となった最高次数の式を当てはめることにする。

$$\begin{aligned}\hat{y}_{ijk} &= \hat{\mu} + \hat{\alpha}_1(A_i-\bar{A}) + \hat{\beta}_1(B_j-\bar{B}) + \hat{\gamma}_1(C_k-\bar{C}) \\ &\quad + \hat{\alpha}_2\{(A_i-\bar{A})^2-(a^2-1)\cdot h_A^2/12\} \\ &\quad + \hat{\alpha}_3\{(A_i-\bar{A})^3-(3a^2-7)(A_i-\bar{A})\cdot h_A^2/20\} \\ &\quad + \hat{\delta}_{11}(A_i-\bar{A})(B_j-\bar{B}) + \hat{\delta}_{21}\{(A_i-\bar{A})^2-(a^2-1)\cdot h_A^2/12\}\cdot(B_j-\bar{B}) \\ &= 41.12-12.52(A_i-2.5)-0.9694(B_j-20)-0.3775(C_k-12.5)+0.6813\{(A_i-2.5)^2-1.25\} \\ &\quad -2.829\{(A_i-2.5)^3-2.05(A_i-2.5)\}+0.1188(A_i-2.5)(B_j-20)-0.2656\{(A_i-2.5)^2-1.25\}\cdot \\ &\quad (B_j-20) \qquad (4)\end{aligned}$$

4. 数量化Ⅰ類および重回帰式による交通機関別分担モデル　　実験計画法でいう要因は数量化理論においてはアイテムに相当し，水準はカテゴリーに相当する。直交割付表に従って行なったそれぞれの調査で得られた新交通機関の選択率を外的基準と考えると，そのまま数量化理論Ⅰ類の適用が可能となる。数量化Ⅰ類による交通機関別分担モデルは表−2に示すとおりである。

表−2　数量化Ⅰ類結果表

アイテム		カテゴリー	係数	レンジ
料金	1	1000円	20.3062	39.25 (0.61)
	2	2000円	3.0313	
	3	3000円	−4.3937	
	4	4000円	−18.9438	
所要時間	1	10分	9.6937	19.39 (0.30)
	2	30分	−9.6937	
待ち時間	1	5分	2.8312	5.66 (0.09)
	2	20分	−2.8312	
寄与率		(0.9641)		

次に，実験計画法で用いた要因を説明変数として，重回帰式による分担モデルを推定してみると，(5)式のようになる。

$$\hat{y}_{ijk} = 96.52-12.52A_i-0.9694B_j-0.3775C_k \qquad (5)$$
$$(r^2=0.9512)$$

(4)式と(5)式を比較してみると，A_i，B_j，C_kに関する係数が等しいことに気がつく。つまり，(5)式は(4)式において主効果A，B，Cのみを取り上げた場合に相当することが分る。直交多項式，数量化Ⅰ類，重回帰式を用いて推定した分担率と，実測値との残差平方和を調べてみると，それぞれ，(37.83)，(179.32)，(244.46)となることが判明した。このことは直交多項式による予測精度が最も高くなることを示しており，直交多項式によるモデル推定の有用性が明らかになった。

注−1)．小原，佐藤，；空港アクセスにおける交通機関選択要因に関する研究；昭和52年度年次学術講演会