IV-32　渋滞領域を考慮した等時間原則配分について

信州大学工学部○学生員　松崎敏彦
信州大学工学部　正員　奥谷巌

1 まえがき

従来の交通量配分手法においては、渋滞走行は考慮されず、自由走行のみ取り扱ってきた。しかし実際には、渋滞リンクを持つ道路網が存在するため、このような手法はあまり現実的でないように思われる。また渋滞領域を考慮しない場合、道路網の容量を過少に評価する場合がありうる。そこで本研究では、等時間原則の交通量配分を導く目的関数の双対問題を用いて、渋滞領域を含む等時間原則配分を考察し、またその配分方法は、井上博司氏の配分法を基にして、それを渋滞領域まで拡張して用いた。

2 定式化

等時間原則による交通量配分は、制約条件

$\sum_i x_k^i = S^i$　$(i=1,2\cdots s)$　$X_j=\sum_i\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i$　$(j=1,2,\cdots m)$　$x_k^i \geqq 0$　(1)　のもとで

目的関数　$J=\sum_j\int_0^{X_j} f_j(X)dX$　(2)　を最小にする問題となることが示されている。ここで x_k^i は、ODペア i のルート k の交通量、S^i はODペア i のOD交通量、X_j はリンク j の交通量、γ_{kj}^i はODペア i のルート k がリンク j を通るとき1、通らないときは0を表わし、$f_j(X)$ はリンク j の所要時間である。また渋滞リンクを含む等時間配分も目的関数、$J=\sum_j\int_0^{X_j} f_j^{\beta_j}(X)dX$　(β_j はリンク j が自由走行のとき1、渋滞走行のとき0を示す)　(3)　を最小にすることによって得られることが示される。ここでリンク j の所要時間を

$f_j(X_j)=a_jX_j+b_j$　(4)のような線形関数とすると、この問題は、2次最小化問題

$$\sum_j\left\{\frac{1}{2}a_j\left(\sum_i\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i\right)^2 + b_j\sum_i\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i\right\} \quad (5) \qquad \sum_i x_k^i = S^i \ (i=1,2,\cdots s) \quad (6)$$

となる。次にこの双対問題を考えると、制約条件　$\lambda^i \leqq \sum_j \gamma_{pj}^i\left(a_j\sum_i\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i + b_j\right)$　(7)のもとで

$$-\sum_j \frac{1}{2}\left(\sum_i\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i\right)^2 + \lambda S \quad (8)$$

を最大化する問題となる。ここでPはODペア i の任意のルートを表わし、λ は λ^i の要素をもつベクトル、S は S^i の要素をもつベクトルである。また(7)の不等式の右辺はODペア i のルートPの所要時間を表わし、λ^i は、この問題の性質上ODペア i の各ルートの中の最小所要時間と考えられる。この制約条件を満たしながら、双対問題の目的関数を増大さしてゆくわけであるが、その手法として、井上博司氏の配分法を導入し、渋滞領域を含む等時間原則の配分ができるように、それを修正して用いた。井上氏の方法は、1つのODペアの交通量を等時間原則が成立するように、少しずつ流し、またそのとき、他のODペアのパスフローは固定しておくという流しかたである。この手法を用いると、どのリンクが容量に達し、渋滞するかが調べられるし、この双対問題の制約条件(7)式をも満足しているので、この目的関数の増分が検討できる。

3 配分法

ゾーンペア l の任意のルートPの所要時間は

$$t_p^l = \sum_j \gamma_{pj}^l\left(a_j\sum_i\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i + b_j\right) = \sum_k x_k^l \sum_j a_j \gamma_{pj}^l \gamma_{kj}^l + \sum_j \gamma_{pj}^l\left(a_j\sum_{i\neq l}\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i + b_j\right)$$
$$= \sum_k e_{pk}^l x_k^l + w_p^l \quad (9)$$

と表わされる。ここで $e_{pk}^l = \sum_j \gamma_{pj}^l \gamma_{kj}^l a_j$　　$w_p^l = \sum_j \gamma_{pj}^l\left(a_j\sum_{i\neq l}\sum_k \gamma_{kj}^i x_k^i + b_j\right)$ である。以下の説明ではODペア l の添字を省略する。OD交通量を少しずつ流した段階で、

$$\left.\begin{array}{llll} \sum_p x_p^* + Z^* = S, & \sum_k e_{pk}^* x_k^* + w_p^* = t_0^*, & x_p^* \geqq 0 & p \in A \\ \sum_k e_{pk}^* x_k^* + w_p^* \geqq t_0^* & & x_p^* = 0 & p \in \bar{A} \end{array}\right\} \quad (10)$$

のような等時間原則にしたがう式が成りたつとする。ここで Z^* は、さばけ残りの交通量、Aはルート番号の集

合P＝{1, 2, …, m}の部分集合であり，e^*_{pk} ，w^*_p は

$$e^*_{pk}=\sum_j r_{pj} r_{kj} a^*_j \quad , \qquad w^*_p=\sum_j r_{pj}\Big(a^*_j \sum_{i\neq\ell}\sum_k r^i_{kj} x^i_k + b^*_j\Big)$$ である。次に

$$x_p = x^*_p+\Delta x_p ,\quad Z=Z^*-\Delta Z \quad (\Delta Z \leqq Z^*) ,\quad t_0=t_0^*+\Delta t_0 \quad \Delta t_0\geqq 0$$ として

$$\left.\begin{array}{llll}\sum_p x_p + Z = S , & \sum_k e_{pk} x_k + w_p = t_0 & x_p \geqq 0 & (P\in A)\\ \sum_k e_{pk} x_k + w_p \geqq t_0 & & x_p = 0 & (P\in \bar{A})\end{array}\right\} (11)$$

が成り立つようなΔx_p, ΔZ, Δt_0を求める。(10)、(11)式より

$$\sum_p \Delta x_p - \Delta Z = 0 \quad (12) \qquad \sum_k (e_{pk}-e^*_{pk})x^*_k + w_p - w^*_p + \sum_k e_{pk}\Delta x_k = \Delta t_0 \quad (P\in A)\ (13)$$

$$x^*_p+\Delta x_p \geqq 0 \quad (P\in A)\ (14) \qquad \sum_k e_{pk} x^*_k + w_p + \sum_k e_{pk}\Delta x_k \geqq t^*_0+\Delta t_0 \quad (P\in\bar{A})\ (15)$$

$\Delta x_p = 0 \quad (P\in\bar{A})$ (16) となる。ここで

$$\sum_{k\in A}(e_{pk}-e^*_{pk})x^*_k + w_p - w^*_p + \sum_{k\in A} e_{pk}\overset{*}{\xi}_k = 0 \quad (17) \qquad \sum_{k\in A} e_{pk}\hat{\xi}_k = 1 \quad (18)\ (P\in A)$$

として、$\overset{*}{\xi}_k$, $\hat{\xi}_k$ を求めると、(13)式から、$\Delta x_p=\Delta t_0\hat{\xi}_p+\overset{*}{\xi}_p$ (P∈A) (19)をうる。これらの式を用いて(11)式が成り立つΔt_0を求めると

$$\Delta t_0 = \min\left\{\frac{Z^*-\sum_{p\in A}\overset{*}{\xi}_p}{\sum_{p\in A}\hat{\xi}_p} ,\ \min_{\hat{\xi}_p<0,\,p\in A} -\frac{x^*_p+\overset{*}{\xi}_p}{\hat{\xi}_p} ,\ \min_{\sum_{k\in A} e_{pk}\hat{\xi}_k<1}\frac{\sum_k e_{pk}x^*_k + w_p + \sum_k e_{pk}\overset{*}{\xi}_k - t^*_0}{1-\sum_{k\in A}e_{pk}\hat{\xi}_k}\right\} \quad (20)$$

となり、(19)式からΔx_pが求まる。また求ったx_pに対して、リンク交通量が、その容量以上に流れた場合は、次の式によって、等時間原則が成立しながら、そのリンクの容量一杯まで流す。

$$\sum_k r_{kj}\Delta x_k = \min_j\Big(C_j - \sum_k r_{kj}x^*_k - \sum_{i\neq\ell}\sum_k r^i_{kj}x^i_k\Big) \quad (21) \qquad (19)\text{式より}$$

$$\Delta t_0 = \frac{\min_j\Big(C_j-\sum_k r_{kj}x^*_k-\sum_{i\neq\ell}\sum_k r^i_{kj}x^i_k\Big)-\sum_k r_{kj}\overset{*}{\xi}_k}{\sum_k r_{kj}\hat{\xi}_k} \quad (22)$$ ここでC_jはリンクの容量

次にこの配分方法による目的関数の増分を調べる。他のODペアは固定しているので、配分しているODのルート交通量の変動による目的関数の増分は、次のように表わされる。

$$-\sum_j \frac{1}{2}a_j\Big(\sum_k^m r_{kj}x^*_k+\Delta x_k\Big)^2 + (\lambda+\Delta\lambda)S - \Big\{-\sum_j\frac{1}{2}a_j\Big(\sum_k^m r_{kj}x^*_k\Big)^2+\lambda S\Big\}$$

$$=\Delta\lambda S - \Big\{\sum_k^m e_{k1}\Delta x_k\Big(x^*_1+\frac{\Delta x_1}{2}\Big)+\sum_k^m e_{k2}\Delta x_k\Big(x^*_2+\frac{\Delta x_2}{2}\Big)+\cdots+\sum_k^m e_{kn}\Delta x_k\Big(x^*_m+\frac{\Delta x_m}{2}\Big)\Big\}$$

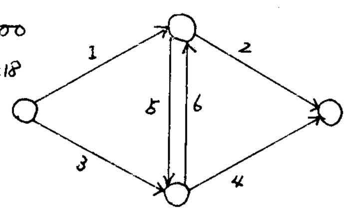
$$=\Delta\lambda\Big\{S-x^*_1-x^*_2-\cdots-x^*_m-\frac{1}{2}(\Delta x_1+\Delta x_2+\cdots+\Delta x_m)\Big\} \quad (23)$$ ここで $\Delta\lambda=\Delta t_0=\sum_k^m e_{k1}\Delta x_k$

一般に目的関数の最適解と、その双対問題の最適解は一致しないけれども、この目的関数の増分から、OD交通量Sが、さばけきれないかぎり、この目的関数は次第に増加することがわかる。さらにλは、所要時間に等しく、目的関数は上に有界であるから、有限回で最大値に達することもわかる。また最大値に達する以前にOD交通量がさばけた場合、その値が、等時間原則の解となることは、自明である。

4 計算例

リンク	a_j (×10^{-2}分/台)	b_j (分)	C_j (台)	交通量
1	0.1	5	1000	648
2	0.15	3	1500	702
3	0.12	6	1500	1352
4	0.20	3	1300	1298
5	0.08	1.5	1000	0
6	0.08	1.5	1000	54
1'	-0.9	15		

S＝2000
t_0＝13.218



5 あとがき

以上の配分法を用いると、どのリンクが渋滞リンクになるか、合理的に求められ、かつ渋滞領域を考慮した等時間原則配分が行われる。また上の計算例では、自由走行のみ考えると、OD交通量は、さばけきれないことがわかる。

6 参考文献、京大学位論文　井上博司、　O.L.マンガサリアン・非線形計画法　培風館