IV－12　複数の目標を考慮した最適ネットワーク構成に関する一考察

大阪市立大学工学部　正　員　日野泰雄
大阪市立大学工学部　正　員　西村　昂

1. はじめに ――― 近年、社会情勢が多様化するにつれ、土木計画の各分野においても、唯一つの目標を最適化するだけでは偏った結果をもたらすことになりかねない。言い換えれば、十分な計画のためには、トレード・オフ関係にある複数の目標を取り扱う問題の解決が必要になるということである。そこで、本稿ではその様な問題を解くための手法を整理・検討し、最適ネットワーク構成問題の簡単な例にそれらのいくつかを適用することにより、それらの手法の比較も行う。

2. 複数目標の最適化手法 ――― この種の最適化手法を考える場合、次の２つのケースを前提として考慮する必要があると思われる。まず、ケース１は、ある計画に対して複数の代替案が与えられている場合で、計画者の意思決定の選択のための方法と考えられる。一方、ケース２は、計画案が示されていない場合に最適計画を作成する方法である。この２つのケースについて考えられる手法を整理してみると表-1の様になる。

表-1. 複数目標最適化のための手法

ケース	手　法	分類と簡単な特徴
代替案が与えられている場合（I）	1. 加重総和を最適化する方法	(イ) 持点配分法、一対比較法などにより決まる単純重み(w_i)による方法。 (ロ) 単純重みから改良された重み(λ_i)による方法。 (ハ) 目標水準によって決まるウェイト関数による方法。
	2. MIN-MAX原理による方法	(イ) リグレット $R_i = g_i^* \sim g_i$ について (ロ) リグレット率 $r_i = (g_i^* \sim g_i)/g_i^*$ について (ハ) 目標値そのものについて
	3. 目標値の順位総和を最小にする方法	通常、III－1(ロ)と併用
代替案が与えられていない場合（II）	1. 目標ベクトルによる方法	(イ) 最低水準点と最高水準点を結ぶベクトルによる方法。 (ロ) 各単独目標ベクトルに比例するベクトルによる方法。(ウェイト関数と併用されることもある。) (ハ) 各単独最高水準点を結ぶ線分の間(例えば中点)を通るベクトルによる方法。
	2. リグレット率最小化による方法	(イ)(ロ) $\sum_{i=1}^{n} r_i = \begin{cases} \sum(g_i^*-g_i)/g_i^* = n-\sum(g_i/g_i^*) \\ \sum(g_i-g_i^*)/g_i^* = \sum(g_i/g_i^*)-n \end{cases}$ (ハ) 上記と重み付けとの併用
	3. 加重総和を最適化する方法	$Z = \sum(g_i/g_i^*)$ の最適化 (イ) 最大化の場合、II-2(イ)と同じになる。(但し、$g_i^*/g_i \leqq \beta_i$) (ロ) 最小化の場合、II-2(ロ)と同じになる。(但し、$g_i/g_i^* \leqq \alpha_i$) (ハ) 上記と重み付けを併用する場合、II-2(ハ)と同じになる。
	4. ε-制約式による方法	主たる目標以外の目標を制約式とする方法。
代替案の有無にかかわらない場合（III）	1. 優先順位による方法	(イ) 辞書的順位付けによる方法。 (ロ) 判定条件として他の方法と併用。
	2. 限界効用による方法	主たる目標と他の目標との間の限界効用分析あるいは弾性効用分析による方法。(Surrogate Worth Trade-off法に相当)
(注)	重みづけによる方法には上記以外に、重みづけ加法和($=\sum w_i(g_i-g_i^*)$)、重みづけ2乗距離和($=\sum w_i(g_i-g_i^*)^2$)、重みづけ最大成分($=\max.\{w_i(g_i-g_i^*)\}$)などがある。	

ここで、これらの手法のいくつかについて、さらに詳しく考察してみることにする。

(1) 加重総和最適化による方法（表中 $\frac{\text{I-1}}{\text{II-3}}$）　従来から広く用いられてきた方法であるが、その重みの客観的な決定の難しさ及び偏った解に至る危険性のあることが大きな問題点とされている。これらを解決するための努力として次の様なことが考えられる。

a) 重みの改良　種々の方法が検討されているが、ここでは、M.ZELENY[1)]による改良重みを示す。

$$\tilde{\lambda}_i = (1-e(d_i))/(m-E) \qquad (1)$$

あるいは
$$\lambda_i = \tilde{\lambda}_i w_i \Big/ \sum_{i=1}^{m} \tilde{\lambda}_i w_i \qquad (2)$$

ここに、$E = \sum_{i=1}^{m} e(d_i)$，$e(d_i) = -K\sum_{j=1}^{n}(d_{ij}/D_i)\ln(d_{ij}/D_i)$，$K = 1/n$，$D_i = \sum_{j=1}^{n} d_{ij}$，$d_{ij} = g_{ij}/g_{ij}^*$．$m, n$；各々目標と代替案の総数，$g_{ij}, g_{ij}^*$；j番目の代替案によるi番目の目標値及びその最適値

b) 制約式の追加　偏った解を避けるために、個々の目標に制約を与えることが考えられる。

$$\left.\begin{array}{ll} d_{ij} = g_{ij}/g_{ij}^* \leqq \alpha_i & \text{(加重総和最小化の場合)} \\ 1/d_{ij} = g_{ij}^*/g_{ij} \leqq \beta_i & \text{(加重総和最大化の場合)} \end{array}\right\} \qquad (3)$$

(2) 目標ベクトルによる方法（表中 II-1）　この方法については、伏見・山口[2)]がバランスの良い解を得るために、これに等効用関数を導入することを提案し、その効果を示している。従って、ここでは、目標ベクトルの考え方について若干検討してみる。わかり易い様に２目標（g_1，g_2）について考えてみよう。まず、各々の単独最適解（g_1^*，g_2^*）を求めることにより、図－１を得る。この図から、バランス良く各々の目標が達成されるための改良方向（目標ベクトル）が次の様に

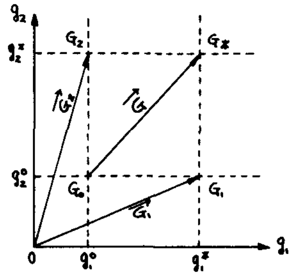
考えられる。　a) 最低水準点(G_0)と最高水準点(G_*)を結ぶベクトル　$\vec{G}=\vec{G}_*-\vec{G}_0=(g_1^*-g_1^0,\ g_2^*-g_2^0)$　(4)

b) 各単独目標ベクトル($\vec{G}_1,\vec{G}_2$)に比例するベクトル

$$\vec{G}=\frac{|\vec{G}_2|\vec{G}_1+|\vec{G}_1|\vec{G}_2}{|\vec{G}_1|+|\vec{G}_2|}=\frac{\sqrt{(g_1^0)^2+(g_2^*)^2}}{\sqrt{(g_1^*)^2+(g_2^0)^2}+\sqrt{(g_1^0)^2+(g_2^*)^2}}\vec{G}_1+\frac{\sqrt{(g_1^*)^2+(g_2^0)^2}}{\sqrt{(g_1^*)^2+(g_2^0)^2}+\sqrt{(g_1^0)^2+(g_2^*)^2}}\vec{G}_2 \qquad (5)$$

c) 各単独最高水準点を結ぶ線分の間を通るベクトル（ここでは中点を通る場合を考えてみる。）　$\vec{G}=(\vec{G}_1+\vec{G}_2)/2=((g_1^*+g_1^0)/2,\ (g_2^*+g_2^0)/2)$　(6)

ただし、$|\vec{G}_1|=|\vec{G}_2|$のとき、(5)式＝(6)式となる。



図−1. 目標ベクトル

(3) 限界効用による方法(表中Ⅲ-1)　これは、ある初期点から出発し、主たる目標の値の一定単位の減少（あるいは増加）量とそれによって生じる他の目標の値の増分（あるいは減少分）とで表わされる限界効用を改良基準とする方法である。2目標の場合でその手順を示すと次の様になる。但し、Δg_2^k, g_1^kはk番目のg_2の減少量及びg_1の値、εは予め設定された値とする。

ステップ1. 初期点の設定。（いずれか一方の単独最適点をこれにあてる。）今、仮に（g_1^0, g_2^*）とする。

ステップ2. 限界効用(Δg)を求め、$\Delta g=|g_1^k-g_1^0|/\Delta g_2^k>\varepsilon$なる$\Delta g$が存在すれば、その最大なる$\Delta g_2^k$, $g_2^*-\Delta g_2^k$, g_1^kを求める。これを$k=1$からくり返し、$\Delta g<\varepsilon$となれば、この操作を終了する。

3. 簡単な計算例

——— 2.で述べた各手法のいくつかを最適ネットワーク構成問題の簡単な例に適用してみる。ここで用いるモデルは、表-2, 3, 4及び図-2で表わされるものとする。

(1) 目標の設定　g_1; 総走行台km, g_2; 総建設費の最小化

(2) 各単独目標の最適化　各々、線形問題として求めた結果を図-3.に示す。

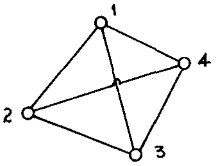


図-2 各地点位置と最大ネットワーク

表-2 地点間距離 (km)

	1	2	3	4
1		7	6	4
2			5	12
3				5
4				

表-3 OD交通量 (台/h)

	1	2	3	4
1		1000	2000	0
2			0	1500
3				500
4				

表-4 建設費-容量関数パラメータ (百万円/台)

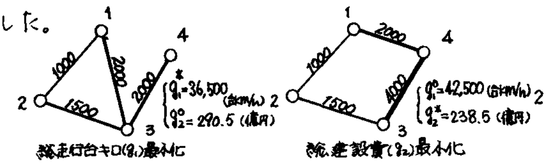
arc	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
α'_l	3.2	8.2	2.9	2.7	12.6	2.7

(3) 代替案が与えられていない場合の最適化

a) Gベクトル＋L字型効用関数による解（図-4に示す。）

b) 加重総和最小化による解（但し、$w_1:w_2=1:1$とする。）

今、制約値(α)を$\alpha_1=1.10$, $\alpha_2=1.15$とする。この場合の解を図-5に示す。ただし、この制約値の取り方によって、偏った解が得られることもある。例えば、$\alpha_1=1.15$, $\alpha_2=1.20$としたときの解は図-3の建設費最小化の解と一致した。



図−3　単独目標最適解

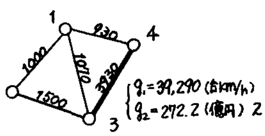


図-4(Gベクトル L字型効用関数)による解

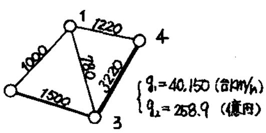


図-5 加重総和最小化による解

(4) 代替案が与えられている場合（この結果は講演時に示す。）

4. まとめ

——— 一般に複数目標の最適化を考える場合、その定義に多少の相違はあっても、リグレットを最小にしようとする方法が最も妥当であると思われる。それは、すなわち各目標値からの隔りを最小にすることにより、いわゆる均衡解領域内に解を求めることに他ならないからである。そこで、リグレットを最小にするための種々の方法が考えられるわけであるが、特にリグレット率の最小化(表中Ⅱ-2,3)を考えることは、目標の尺度にかかわらず妥当な解が得られ、効果的な方法と言えよう。しかし、これらの解の優劣の判定は難しく、従って、今後、問題に応じた解法を適用するために何らかの基準設定が望まれる。

(参考文献)
1. M.ZELENY "The Attribute-Dynamic Attitude Model (ADAM)" Management Science vol.23 No.1, 1976
2. 伏見、山口「複数の目標をバランスよく達成するための数理計画的手法」 経営科学 第19巻 第2号, 1975
3. 志水清孝「多目的システムにおける意思決定と最適化」 オペレーションズ・リサーチ(経営の科学) vol.22 No.6 pp.344~351, 1977