Ⅳ-9　道路網計画における複数目標の取扱いに関する考察

東工大　正員　森地　茂
地域公団　　　小暮文夫
東工大　学生員　大根田洋祐

はじめに

本論文は街路網決定問題において、複数目標計画法の適用方法について考察したものである。その適用上の問題点として、オ1に街路網計画を最適化問題として扱うことの意味について述べ、オ2に目標ベクトル及び等効用線の変動問題について論じている。

1、街路網計画における複数目標計画法適用の考え方

幹線街路網計画において、建設主体、街路利用者、沿線住民はそれぞれ異なる評価要因を有し、これらを目的関数群として表わすことにより複数目標計画手法を適用することが考えられる。[1)2)] この最適化問題は複数評価尺度間のトレードオフ関係を考慮した街路網決定手法と呼び得るものではあるが、現実の計画を考えたとき次の問題点を有している。オ1に、目的関数として定式化しうる評価尺度は限定されているのに対し、最適化という完結した定式化により残された評価要因を導入しにくい構造となっていること、オ2に目標ベクトル、等効用線が前提として与えられるかという問題、オ3に目標ベクトル、等効用線自体が上記3つの立場により異なると考える方が妥当であること等である。これに対し、上記最適化問題を最適街路網決定手法として把えず、目標ベクトル、等効用線、および制約条件、目的関数を規定するデータと1街路網計画案との情報変換装置として把えることにより、コンピュータエイドデザインやゲーミングシミュレーション等による複数評価要因の処理方式の有用なサブモデルになり得ると考えられる。また、オ2、3の問題点に対しては、目標ベクトルおよび等効用線の変動に対する解の変動を分析することにより有力な計画情報を得ることができるが、この変動を内生化し、期待効用を評価尺度とすることも可能であることは以下に示す通りである。

2、目標ベクトルの変動の内生化

L字型効用関数を前提とする複数目標計画問題が次のように定式化できることは文献3に示されている。

$$\mathrm{Min}\quad y_1^s$$

$$\text{sub to}\quad \left.\begin{aligned}&\sum_j a_{ij}x_j + y_i^s - Z_i^s = g_i^s\\ &\sum_j a_{ij}x_j \geqq g_i^0\\ &\mu_1 y_1^s - \mu_i y_i^s = 0\end{aligned}\right\}\ i=1,2\cdots m$$

$$\sum_j b_{kj}x_j \leqq B_k \qquad k=1,2\cdots l$$

$$x_j,\ y_i^s,\ Z_i^s \geqq 0$$

但し
y_i^s : ゴールG^sからのへだたりのg_i座標成分
x_j : 決定変数
Z_i^s : スラック変数
μ_i : ゴールの方向を表わす定数
g_i^s : ゴールG^sのg_i座標成分
g_i^0 : 現状値G^0のg_i座標成分
$a_{ij},\ b_{kj},\ B_k$: 問題により規定される定数

今、G^sが複数個与えられ、その実現確率を$P(G_k^s)$ $(k=1,2\cdots)$とすると、オ1の考え方として、$P(G_k^s)$を用いて、$G_1^s \cdot G_2^s \cdots$を統一することができ、その場合上記定式化がそのまま用い得る。オ2の考え方として、パレートオプティマムな各点について期待効用を最大にする問題が考えられ、この方がより合理的であろう。

図-1においてG_1^sからみた点a_3の効用を$U(a_3|G_1^s)$とすると、これは$\overline{OA_1}$により表わせ、次式が成り立つ。

$$U(a_3|G_1^s) = \overline{OA_1} = \sqrt{(y_1')^2 + (y_2')^2} = y_1'\sqrt{1+(\mu_1^s/\mu_2^s)^2} = y_1'\theta_1'$$

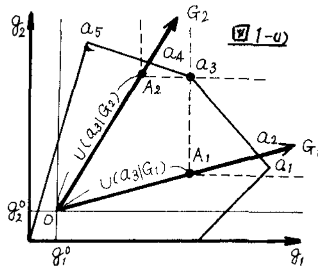
但しここで$y_1',\ y_2'$は上記y_i^sではなく、現状値G_0からのへだたりのg_i座標成分を表わすものであり、従って上記最小値問題を最大値問題におきかえている。G_2^sについても同様に次式が成立する。

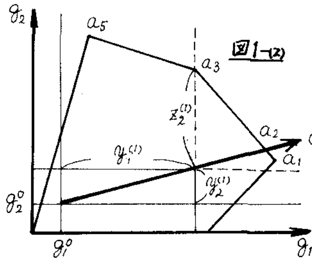
$$U(a_3|G_2^s) = y_2'\theta_2' \qquad \text{但し}\quad \theta_2' = \sqrt{1+(\mu_1^2/\mu_2^2)^2}$$

またyのとり方をg_0からのへだたりとして定義したので制約式も変化し、結局問題は次の通りとなる。

$$\begin{aligned}
&\text{Max} \quad \sum_r P(G_r)\, y_1^r \theta_1^r \\
&\text{sub to} \quad \sum_j a_{ij}x_j - (y_i^1 + z_i^1) = g_i^0 \qquad (i = 1, 2 \ldots m) \\
&\qquad \sum_j a_{ij}x_j - (y_i^2 + z_i^2) = g_i^0 \\
&\qquad \mu_1^1 y_1^1 - \mu_2^1 y_2^1 = 0 \\
&\qquad \mu_1^2 y_1^2 - \mu_2^2 y_2^2 = 0 \\
&\qquad \sum_j b_{kj} x_j \leqq B_k \\
&\qquad x_j,\ y_i^r,\ z_i^r \geqq 0
\end{aligned}$$

Gがr通り与えられる場合やさらに等効用線が開いた場合についても同様に定式化することが可能である。





3. 等効用線の変動の内生化

Gが与えられたとき、等効用線の角度が変動する場合については、次の関係式が成り立つ。(図-2)

$$f_i^r(x) - y_i^r + z_i^r = f_{i0}^r \quad \binom{i = 1, 2 \ldots m}{r = 1, 2 \ldots r}$$

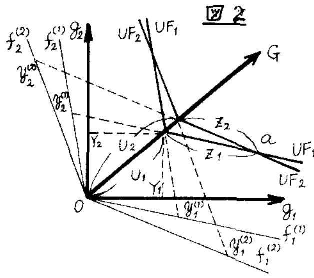
$$\phi_1^r y_1^r = \phi_2^r y_2^r = \cdots = \phi_m^r y_m^r$$

r個の効用関数型をそれぞれ$UF_1, UF_2 \cdots UF_r$による点aの効用を$U(a|G_1) = \overline{OA_1}$とする。また$A_1$がg座標系で$A_1(Y_1 \cdots Y_m)$, f_r座標系で$A_1(y_1^r \cdots y_m^r)$と表わせるとすると、

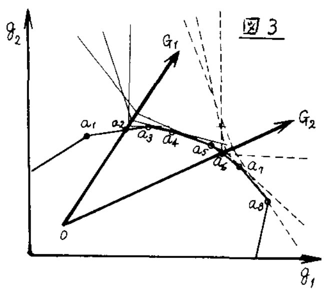
$$Y_i = \sum_j C_{ij} y_j^r = y_1^r \left(C_{11} + C_{12}\,\phi_2/\phi_1 + \cdots + C_m \frac{\phi_m}{\phi_1}\right) \quad y_1^r K_1^r$$

$$\overline{OA_1} = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \cdots + Y_m^2} = Y_1 \times \theta_1 = \theta_1 \times K_1^r \times y_1^r$$

但し、C_{ij}はg_i軸とf_j軸のなす角の余弦。θ_1はゴールの方向にのみ定まる数値である。従ってr通りに変動する等効用線に対し期待効用を最大にする解を得るには次のLPを解けばよい。



$$\begin{aligned}
&\text{Max} \quad \sum_r P(UF_r) \times K_r \times y_1^r \\
&\text{sub to} \quad \sum_i \sum_j \gamma_i^r + a_{ij}x_j - (y_t^r + z_t^r) = f_{t0} \quad \binom{t = 1, 2 \ldots m}{r = 1, 2 \ldots r} \\
&\qquad \phi_1^r y_1^r - \phi_t^r y_t^r = 0 \qquad \binom{t = 2, 3 \ldots m}{r = 1, 2 \ldots r} \\
&\qquad \sum_j b_{kj} x_j \leqq B_k \\
&\qquad x_j,\ y_t^r,\ z_t^r \geqq 0
\end{aligned}$$



4. 効用の考え方

上記考え方は、現在値Oからのへだたりをもって効用とし、これを最小とすることを考えた。図-3においてG_2における最適解a_6とG_1における最適解a_3を比較すると前者の方が効用の絶対値が大きい。その結果、期待効用をとるとG_2をゴールとする人々の価値観がより強く反映されてしまうという結果となる。この点を考慮して、G_iに対する効用を次のように設定し、定式化することもできる。①(Oからのへだたり)/(OからGiまでのへだたり)，②(Oからのへだたり)/(OからGiをゴールとしたときの最適解までのへだたり)。また図-3から明らかなように、等効用線の開きは最大と最小でたかだか45°の差しかないのに対し、Gは大きく異なる可能性を有し、一般的には解への影響度は前者は相対的に小さいといえる。街路網計画についての適用例は省略したが、本方法により有力な計画情報を得ることができる。

1) 大根田、渡辺、森地，環境要因を考慮した街路網計画手法について，　第31回 土木学会年次講演会概要集，1976.
2) 小村、吉川，都市周辺環状道路計画のための goal programming による交通量配分に関する考察．　第31回 土木学会年次講演会概要集，1976.
3) 伏見、山口，複数目標をバランスよく達成するための数理計画的方法，　経営科学　Vol 19 No.2，1975