

関西大学大学院 学生員 〇山川 英二
 関西大学工学部 正会員 谷口敬一郎
 関西大学工学部 正会員 井上 啓司

1. 序

電磁誘導現象を利用した遠隔起爆法に関する理論的研究の第1報は、空気中における矩形・正方形・円形の各ループによつて作られる磁界の強さを求め、ループ形状が磁界の強さに対してあまり影響がないことを昨年度の学会で報告している。しかし、実際上の問題として、この起爆法において用いられるループは、地表面や海面または海底面に設置されるのがふつうであり、この場合、導電性媒質による影響を検討しておく必要がある。本報告では、円形ループについての問題をとりあげ、実際上の条件を考慮しながら理論的考察を加え、ループの作る磁界を計算して種々検討を行なつた。

2. 理論

図-1のように、空気中に絶縁された半径 a の円形ループが水平に置かれ、ループ面から下方 $z=+h$ に導電性の半無限媒質との境界面が存在する場合について考える。電磁誘導現象の理論的基礎となるMaxwellの電磁方程式は、この問題の物理性を考慮し、円柱座標系を用いればつぎのように表わせる。

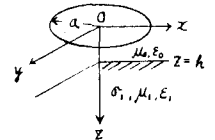


図-1

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \mu \frac{\partial H_r}{\partial t}, \quad \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r E_\phi) \right] = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \sigma E_\phi + \epsilon \frac{\partial E_\phi}{\partial t} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 ϵ , μ , σ はそれぞれ媒質の誘電率、透磁率、導電率である。式(1)から磁界の成分を消去すれば、

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\phi) \right] + \frac{\partial^2 E_\phi}{\partial z^2} - (\mu\sigma - j\omega\mu\epsilon) \frac{\partial E_\phi}{\partial t} = 0 \quad \text{----- (2)}$$

が得られる。式(1)、(2)より、空気中ならびに媒質中における磁界を求めればつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} H_{0r} &= \frac{\alpha I}{2} \int_0^\infty \left(e^{-\lambda z} - \frac{\mu_1 \lambda - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_1 \lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-(z-2h)\lambda} \right) J_1(\rho \lambda) J_1(\alpha \lambda) \lambda d\lambda \\ H_{0z} &= \frac{\alpha I}{2} \int_0^\infty \left(e^{-\lambda z} + \frac{\mu_1 \lambda - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_1 \lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-(z-2h)\lambda} \right) J_0(\rho \lambda) J_1(\alpha \lambda) \lambda d\lambda, \quad +h > z > 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (3)}$$

$$\left. \begin{aligned} H_{1r} &= \frac{\alpha I}{2} \int_0^\infty \frac{2\mu_1 \lambda \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{\mu_1 \lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\lambda z + (h-z)\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_1(\rho \lambda) J_1(\alpha \lambda) d\lambda \\ H_{1z} &= \frac{\alpha I}{2} \int_0^\infty \frac{2\mu_1 \lambda^2}{\mu_1 \lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\lambda z + (h-z)\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_0(\rho \lambda) J_1(\alpha \lambda) d\lambda, \quad z > +h \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (4)}$$

ただし、 $k_1^2 = j\omega\mu_1\sigma_1$ である。

3. ループの中心における磁界

媒質を一般の大地または海水とすれば、 $\mu_1=1$ 、すなわち、 $\mu=\mu_0$ とみなすことができる。ループが地表面または海水面上に設置されたものとすれば、 $h=0$ で、媒質中における垂直磁界を与える式(4)の第2式は

$$H_{1z} = \frac{\alpha I}{2} \int_0^\infty \frac{2\lambda^2}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\lambda z} J_0(\rho \lambda) J_1(\alpha \lambda) d\lambda \quad \text{----- (5)}$$

となる。ループの中心点における磁界は、 $z=0$, $\rho=0$ であるから式(5)に代入すれば

$$H_{1z} = \frac{\alpha I}{2} \int_0^\infty \frac{2\lambda^2}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_1(\alpha\lambda) d\lambda \quad \text{----- (6)}$$

が得られる。ただし、 $k_1^2 = j\omega\mu_0\sigma_1$ である。式(6)の積分を求めると次式のようにになる。

$$H_{1z} = -\frac{I}{k_1^2} \frac{1}{\alpha^2} [3 + e^{j k_1 \alpha} (k_1^2 \alpha^2 + 3j k_1 \alpha - 3)] \quad \text{----- (7)}$$

簡単のために、 $j k_1 \alpha = -(1-j)\xi$ 、すなわち、 $\xi^2 = \omega\mu_0\sigma_1 \alpha^2 / 2$ とおき、実数部と虚数部とに分離すれば、

$$\left. \begin{aligned} R_0 H_{1z} &= \frac{I}{2\alpha} \cdot \frac{-e^{-\xi}}{\xi^2} \left\{ (2\xi^2 + 3\xi) \cos \xi - (3\xi + 3) \sin \xi \right\} \\ \mathcal{I}_m H_{1z} &= \frac{I}{2\alpha} \cdot \frac{1}{\xi^2} \left\{ 3 - e^{-\xi} \left\{ (3\xi + 3) \cos \xi + (2\xi^2 + 3\xi) \sin \xi \right\} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (8)}$$

と書かれる。図-2は式(8)で示される $R_0 H_{1z}$, $\mathcal{I}_m H_{1z}$ ならびに $|H_{1z}| = \sqrt{R_0 H_{1z}^2 + \mathcal{I}_m H_{1z}^2}$ の計算結果を図示したもので、横軸に ξ^2 の値をとり、縦軸は磁界の各成分を空气中における円形ループの中心の磁界 $H_{0z} = I/2\alpha$ との比で表わしている。

4. 実用上の考察

土地または海水のような媒質の存在によって、ループの作る磁界の強さが減少するという現象は図-2の結果で明らかにされたが、磁界の変化は ξ^2 の値によってきま

る。また、 $\xi^2 = \pi f \mu_0 \sigma_1 \alpha^2$ であるから、ループに流す電流の周波数・媒質の導電率・ループ半径の2乗の積が一定であれば、磁界の減少する割合は一義的に定まる。現在、実験的に用いられている電磁誘導起爆法は使用周波数が550 Hz、 α は目的によって異なるが最大50m程度で、これを例にとって具体的に検討してみることにする。いま、普通の土地の上でこれを実施するとすれば、一般的な土地の比抵抗値を100 $\Omega \cdot m$ として、 $\sigma_1 = 0.01 \mu/m$ であるから、 $\xi^2 = 0.054$ となる。図-2を参照すれば、 ξ^2 がこのように小さな値であるときは $|H_{1z}|/H_{0z} \simeq 1$ であるから、このような使用条件のもとでは土地の影響は無視してもさしつかえないということになる。媒質が海水である場合には、 $\sigma_1 = 3.0 \mu/m$ であり、この場合は $\xi^2 = 16.3$ となる。同じく図-2によれば、このときは $|H_{1z}|/H_{0z} \simeq 0.25$ の値となり、海水の影響によってループ中心における磁界は空气中のそれの1/4に減少するという結果が得られる。土地の影響が無視できれば、海底にループを張った場合も同様な考え方が成立することになる。

以上の理論的結果を用いて、土地の導電率(比抵抗)を測定することも可能である。すなわち、半径 α を一定として、周波数の小さな場合の $|H_{1z}|$ を H_0 と考え、周波数を上げて $|H_{1z}|$ を測定する。この両者の比から、図-2によって ξ^2 の値を求め、 $\xi^2 = \pi f \mu_0 \sigma_1 \alpha^2$ の関係から $\sigma_1 = 1/\rho$ を求めることができる。

5. 結言

電磁誘導起爆法に関する理論的研究の問題として、媒質による影響について考察した。一様な媒質の表面におかれたループの中心における磁界の計算結果から、媒質の影響による磁界の減少を知ることができた。実的な例について検討を加えた結果、海洋でこの方法を用いる場合には、相当な磁界の減少が生ずるので設計には十分な注意が必要であることが判った。なお、ループの中心点以外の各点における磁界の変化については現在計算中である。また、今回の研究において、図-2を用いれば、磁界の強さを測定することにより、その土地や海水などの媒質の持つ導電率を知ることが可能である。

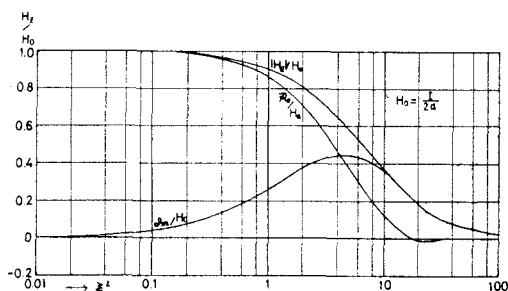


図-2