

大阪大学工学部 正員 伊藤富雄  
同 同 久武勝保

(1) はじめに トンネルの掘削によって生じる地盤の変形は地質の影響を非常に受けることが知られている。土壤の場合にはその堆積あるいは異方圧密により、また軟岩の場合においても方向性のある節理や一定の平面に沿ってはく離の生じるような場合には地盤全体としての挙動は一般に異方性を示すのが普通である。また、変位の出現に時間依存性を顕著に示すものも少なくない。この様な地盤は異方性ながらびに時間効果を考慮に入れた解析によって、より現実に近い結果が期待出来よう。一方この種の多連続境界値問題の解析手法としては、複素変数法と Point-matching を組み合わせた解法や、FEM による方法が考案されるけれども、ともに無限に広がっている地表面の境界条件をある有限な領域で打ち切らなければならず、さらに FEM においては地山の複雑さが大きくなると解析領域を山側の方に非常に拡大しなければ精度良い結果が期待出来ないという欠点を有している。本研究は以上の欠点を除く為に複素関数論における解析接続の手法を三次元直交異方性粘弾性体に対し拡張し無限領域ながらびに時間ファクターを考慮に入れて地表面の変形特性を求めた。<sup>(1)</sup>

若干の考察を行なった。なお地山の初期応力は重力によって生じるとした。

(2) 解析の概要 三次元直交異方性粘弾性体の基礎方程式をすべてラフ

ラス変換することより次式を得る。

$$\sigma_{ij,j}^* + X_i^* = 0, \quad \varepsilon_{ij}^* = \frac{1}{2}(u_{i,j}^* + u_{j,i}^*), \quad c_{ijk1}^* = sC_{ijk1}(s)\sigma_{kl}^* \quad (1)$$

ここに、 $\sigma_{ij}^*$ ,  $\varepsilon_{ij}^*$ ,  $c_{ijk1}$ ,  $u_{i,j}^*$ ,  $X_i^*$  そして  $s$  はそれを応力テンソル、ひずみテンソル、クリープ関数テンソル、変位ベクトル、物体力ベクトル、

ラプラス変換及びラプラス演算子を表す。工学的な立場からすれば経時変位もさることながら時間  $t$  が十分経過した後の最終変位が重要であることから、 $C_{ijk1}$  の時間依存性に対して次式を仮定しても実用上差しつかえないであろう。

$C_{ijk1}(t) = \psi(t) C_{ijk1}(\infty) \quad (2)$  トンネルを掘削することによって生じる地山の応

力及び変位は境界  $L_2$  を考慮に入ればすれば次式によって求めることができる。

$$z_k^*(z_K) = z_K^* \ln c_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} z_m^* \frac{1}{z_m - z_K} \quad (k=1, 2, 3) \quad (3)$$

上式において、以下の子偏関数の関係がある。  $z = x + iy$  ( $i = \sqrt{-1}$ ) ,  $z_K = x + \mu_k y$

( $\mu_k$  は異方性体の力学定数に関する特性方程式の複素根) ,  $z_K^* = \frac{a}{2} \{(1-\mu_k)z_K\}$

$+ (1+\mu_k)z_K^{-1}\}$  。いま  $y = f(x)$  で表わされる境界曲線の方程式を  $y$  について解いた

式  $\bar{z} = R(z)$  が境界曲線上で正則であれば解析接続が可能である。

そこで  $L_2$  上の境界条件 ( $\sigma_{xy} = \tau_{xy} = \tau_{zy} = 0$ ) を満足する関数を次

式の様に仮定する。  $\phi_k^*(z_K) = \psi_k^*(z_K) + z \phi_k^*(z_K) \quad (4)$

$q_{ij}$  を地山の力学特性に関する複素定数として  $L_2$  の境界条件は

$$q_{ij} \phi_j^*(z_j) + \bar{q}_{ij} \bar{\phi}_j^*(\bar{z}_j) = c_{ij}^* \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (5)$$

となる。ここに複素定数  $c_{ij}$  は剛体的変位を零にすべく決定されなければならない。式(4)を式(5)に代入することより  $z \phi_k^*$  に関する三元連立一次方程式が得られ、これを解くことより  $z \phi_k^*$  は求められる。しかしながら新たに加えられた関数は  $L_1$  上の境界条件を乱すことになるので、次に  $L_1$  に対して解析接続をしなけれ

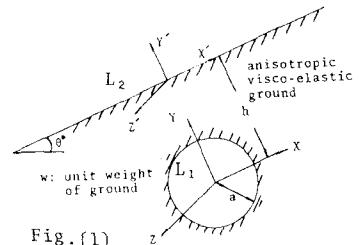


Fig.(1)

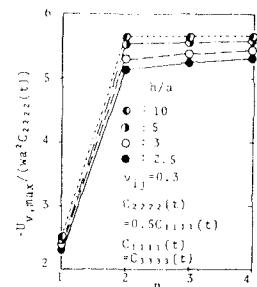


Fig.(2)

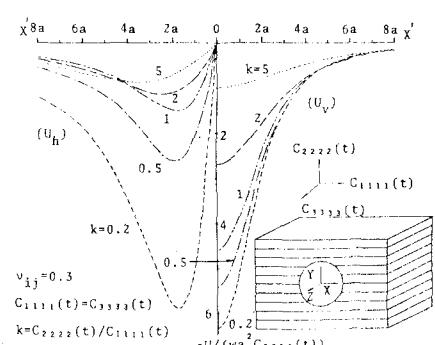


Fig.(3)

ばならない。この様に  $j \phi_k^*(z_k)$  の  $j$  の値の小さい関数から逐次、解析関数を求め  
てゆけば両境界条件を満足する関数は次式の様に表わされる

$$\phi_k^*(z_k) = \sum_{j=1}^{\infty} j \phi_k^*(z_k) \quad (6)$$

これより地山の任意点の変位は次式によって求められる

$$u_j(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma+i\infty}^{\sigma+i\infty} \{ r_{jk} \phi_k^*(z_k) + \bar{r}_{jk} \bar{\phi}_k^*(z_k) \} \exp(st) ds \quad (7)$$

(3) 解析結果と考察 以下の解析において、ボアソン比  $v_{ij}$  は時間的に一定とし、せん断変形に関するクリープ関数コンプライアンスは異方性弾性体に対して普通用いられる関係を拡張して以下の様に決めている。

$$2C_{ijij} = (1+2v_{ij})C_{iiii} + C_{jjjj} \quad \text{図-2は解析接続の回数}(n-1) \text{による解の収束性を調べたものであり}, h/a > 5 \text{であれば1回の解析接続で工学的精度を十分満足出来ることがわかる。以後の図においては} n=4 \text{まで解析関数を求めて計算してある。図-3, 4はそれぞれ水平及び鉛直方向に異方性粘弹性地山における地表面の水平変位} (U_h) \text{ 及び鉛直変位}$$

$(U_v)$  を表している。これより鉛直方向に異方性を示す地山では水平変位に、一方水平方向に異方性を示す地山では鉛直変位に注意をしなければならぬことが理解される。図-5は等方性粘弹性地山の地表面における最大鉛直変位で異方性地山のそれを無次元化して表したものである。図-6は地表変位と  $h/a$  との関係を表しており、最大変位はトンネルのかぶり厚の影響をあまり受けないけれども、かぶりが薄くなるに従って、二箇間の相対変位は増加し、変位の生ずる領域は狭くなる。最大変位がかぶりの影響をあまり受けないことについては以下のように説明することができる。即ち、地山の初期応力は地表面からの距離の一次関数として増加し、トンネルが深い所に掘削されるとそれだけ解放される応力は大きくなる。一方、解放される応力が大きくなってしまって地表面とトンネルの間の距離も一次関数的に大きくなっていることより、それらが互いに打ち消しあって最大変位に対するトンネル掘削位置はあまり影響を及ぼさないことをなる。図-7は地山が  $45^\circ$  傾斜している場合の地表面の変位ベクトル表示したものである。トンネルが掘削される場所より谷側の方ではあまり変位は生じないけれども、山側の方では変位の生じる領域が非常に広く、また変位量も大きい。地山の傾きや異方性の程度によって変位の生じる方向やその大きさが非常に異なることより、斜面下のトンネル掘削は極力注意しなければならない。

参考文献 1) 内羽・平島・久武: 三次元荷重状態のもとにおける地山内の双設坑周辺の応力状態、土木学会関西支部年次学術講演概要集、1971。 2) 伊藤・久武: トンネル掘削による地表面沈下の解析、第9回岩盤力学に関するシンポジウム、1975。 3) 伊藤・久武: 地表面近くに開削したトンネルによる周辺地盤の応力及び変位の鏡像原理による解析、第29回土木学会年次学術講演概要集、Ⅲ、1974。 4) 内羽・平島: 異方性弾性地山に開削した水平坑周辺の重力による応力状態、土木学会論文報告集、182号、1970

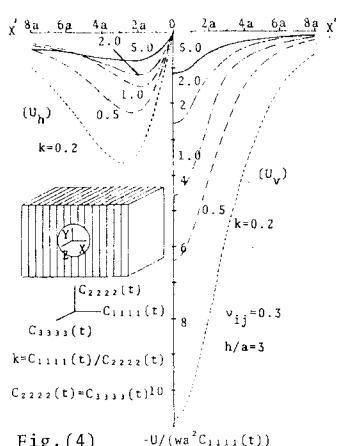


Fig. (4)  $-U/(wa^2 C_{1111}(t))$

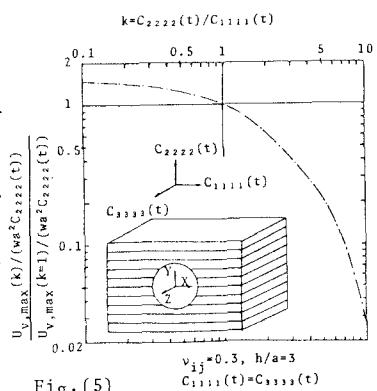


Fig. (5)  $v_{ij}=0.3, h/a=3$   
 $C_{1111}(t)=C_{3333}(t)$

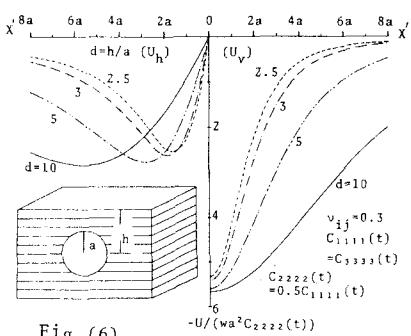


Fig. (6)  $v_{ij}=0.3$   
 $C_{1111}(t)=C_{3333}(t)$   
 $C_{2222}(t)=0.5C_{1111}(t)$   
 $-U/(wa^2 C_{2222}(t))$

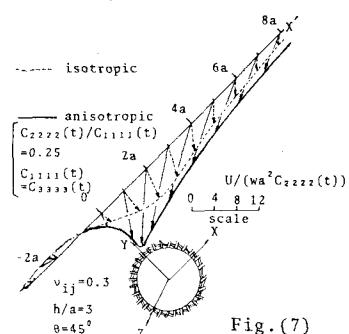


Fig. (7)