

日本大学工学部 正員 ○田野久貴
 東北大学工学部 正員 佐武正雄
 日本大学工学部 学生員 城田政次

1. 緒言

脆性材料の破壊機構のモデル化については、すでに簡単なモデル度を仮定して、その確率分布と強度の関係について二三の考察を行なっている。本文では、同様なモデルについてその要素の強度のバラツキが、モデルの破壊開始と最終強度との関係に及ぼす影響や、破壊過程における荷重変位の関係を考察し、また、実験等によってその圧縮破壊過程における構造特性を検討するものである。

2. 構成要素の確率分布と構造系（柱状要素並列モデル）の強度

先に用いたモデルは、材料を強度の確率分布をもつ柱状要素の並列集合と考え、逐時破壊における応力再配分を考察したものである。用いた分布の数例を図-1に示す。これらの分布は、比較のためにその範囲と平均値を同一とし、表-1に示すように変動係数Cを変化させたものである。表-1の α は、最弱要素の強度とモデルの最大耐荷力との比、Dはモデルが最大耐荷力を示すまでに損傷する要素の損傷率である。これらの分布は正確な分布ではないが、一般的な傾向を知ることが可能である。図-2はCと α の関係を示したものである。この α は、この場合強度を表す一種のパラメーターと考えられるから、要素のバラツキが増加すると構造系の強度は低下し、また、損傷率も増大することがわかる。また、一樣分布を除いて各分布ともある一定の曲線（ $\alpha \cdot C = \text{const.}$ ）上にあるように見える。ポアソン分布のみ、 α とDの関係は他の分布と逆の傾向にある。

3. 最大耐荷力（強度）の評価方法

以上は、要素の破壊に伴う応力再配分を逐時行なって、荷重に抵抗できる実質部分の応力速度が ∞ になる点の応力を求めたものであるが、次のように直接求めることもできる。いま、荷重Pのとき実質部分の応力をXとし、この応力Xが ΔX だけ増加して要素の確率分布 $F(x)$ が ΔF だけ増加することにより荷重が P' に変化すると考えると、P及び P' は次式で示される。

$$P = A_0(1 - F)X \quad (1)$$

$$P' = A_0(1 - F - \Delta F)(X + \Delta X) \quad (2)$$

ここに、 A_0 は構造系の破壊開始前の面積であり、Pが P_{max} であるためには $P' - P \leq 0$ であればよい。この条件より、次式を満足するXが系の強度 X_{max} を与える。すなわち、

$$\frac{1}{X} - \lambda(x) = 0 \quad : \quad \lambda(x) = \frac{f(x)}{1 - F} \quad (3)$$

ここに、 $f(x)$ は確率密度関数、 λ はいわゆる故障率関数である。

4. 構造系（モデル）の変形特性

図-3に示す荷重（P）-変位（u）図において、A点で構成要素に局部的な破壊が生じたとすると、その瞬間における系の拘束条件によ

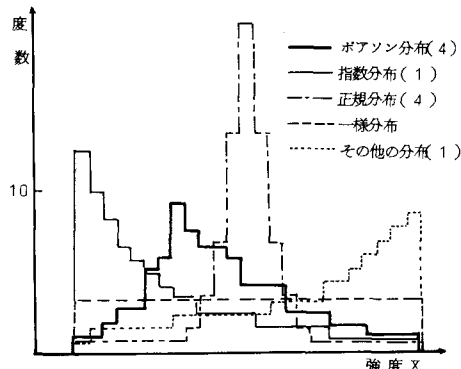


図-1 計算に用いた要素の確率分布（数字は表-1と対応）の例

分布型		C(%)	α	D(%)
正規分布	1	33.9	2.8	25
	2	24.5	3.4	14
	3	23.6	3.6	13
	4	23.3	3.8	14
ポアソン分布	1	62.1	1.5	7
	2	54.4	1.6	16
	3	47.0	1.7	19
	4	37.0	2.3	23
指数分布	1	59.0	1.5	49
	2	58.5	1.5	54
	3	53.7	1.8	51
一樣分布		50.1	2.5	44
その他	1	37.5	3.0	37
	2	35.7	3.3	34
	3	31.4	3.6	29

表-1 確率分布と変動係数C

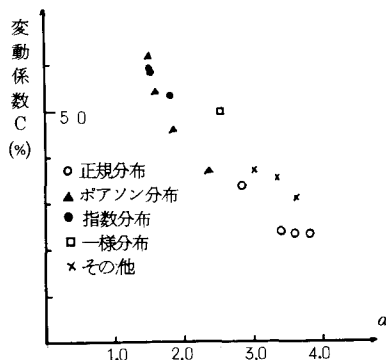


図-2 変動係数Cと α

って、 $P-u$ の関係は AB (荷重一定)あるいは AC (変位一定)の経路をとる。しかし、 BD 間における $P-u$ の関係は、いずれの条件を経ても同一であることは容易に証明される。従って、要素の破壊の割合が微小であるうちは、破壊条件による相違はなく $P-u$ 図は一致する。

次に最大耐荷力 P_{max} 以後の $P-u$ 図について検討してみよう。同図において A 点が P_{max} かつ連続破壊点であるとする、先の拘束条件によって $P-u$ 図は AB あるいは AC をそれぞれ延長したものとなる。一方、図-4 における実線で示した荷重-変位は、100本の要素よりなるモデルの実験例である。この例からもわかるように、図-3の破線 (AA') がこの実験例とほぼ対応している。従って、実際の破壊過程は連続的には生じないことを示しており、この破壊機構は次のように説明される。すなわち、 D 点において局部破壊が生じると、荷重の減少が生じるが実質部分の平均応力は変化しない (E 点)。従って、次の要素の強度に平均応力が等しくなるためには、一時的な荷重の増加が必要となり、この状態が満されると (F 点)、局部破壊がさらに進行する (G 点)。この現象をくり返す過程において、この変位による荷重増分を局部破壊による荷重の負の増分が上まわることにより、荷重は次第に低下する。先の P_{max} を求めるための条件式 (3) は、図-3の E 点と F 点の比較を行なったものである。

このような逐時破壊過程における荷重 (P) - 変位 (u) の関係は、バネ定数の逆数、すなわちコンプライアンス c を要素の確率分布 $F(x)$ で表現することにより、次のようにして求められる。

$$u = c P \tag{4}$$

$$c = \frac{L}{(1 - F) A_0 E} \tag{5}$$

ここに、 L 、 A_0 及び E は、モデルの長さ、初期面積及びヤング率である。

5. 実験結果及び考察

図-4に示した荷重-変位図の破線は、このようにして求めた100本の要素よりなるモデルの荷重-変位である。実線で示した実験値と比較すると、最大耐荷力 P_{max} はほぼ一致するがこれ以後の荷重-変位は全く異なっている。なお、計算に用いた分布は図-5に示す実験による分布を使用した。図-4に見られる実験モデルの P_{max} 以後の大きな変位能力は、破損した要素が周囲の他の要素の影響により、直ちに不安定とならないため、確率分布が図-5とは異なるためと考えられる。このような破壊機構は圧縮荷重下に顕著であると考えられるので、要素より得られる分布を構造特性を考慮したもの修正して用いる必要があると思われる。一方、強度 (最大耐荷力) に関しては、正規型のような分布ではその初期に P_{max} となる傾向 (表-1, 図-2) から、その影響をあまり受けないものと考えられる。

以上を総括すると、(1) 要素の確率分布のパラツキは強度に大きな影響を与え、同一範囲の分布ではバラツキが増加すると強度は低下する。(2) 変動係数と α 及び D 相互間にはかなりの相関がみられる。(3) 正規型・ポアソン型分布では、 P_{max} までの要素の破損率 D は比較的少ない。(4) P_{max} 以後の荷重・変位を求めるためには要素の確率分布の修正が必要であり、今後の問題である。

1) 田野久貴, 佐武正雄: 脆性材料の破壊発生とその伝播機構に関する考察, 第5回岩の力学国内シンポジウム講演集, 55-59, 1977

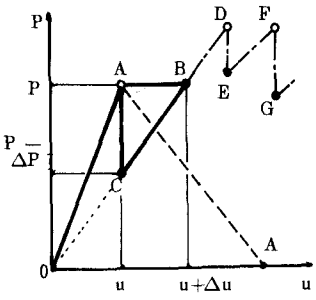


図-3 逐時破壊過程の荷重 (P) - 変位 (u) 図

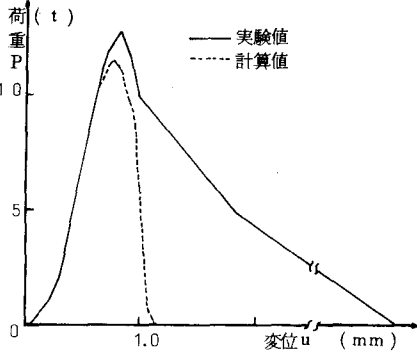


図-4 荷重-変位図 (柱状要素並列モデルの実験結果: 構成要素数100本)

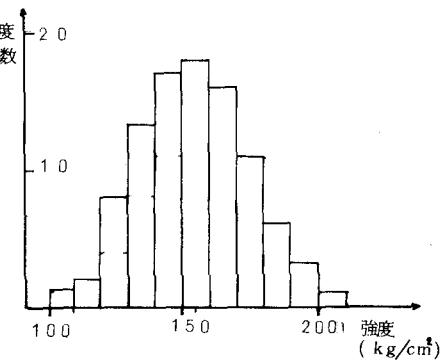


図-5 要素の確率分布 (実験結果)