

住友セメント
東北大学工学部
同上

正員 〇高橋 守男
学生員 宮地 陽輔
正員 岸野 佑次

1. まえがき

粒状体の力学的研究において、個々の粒子の変位の特性を把握し、それを統計的に表現する手法を開発することは重要であると考えられる。著者は、個々の粒子の変位の変動を表わす一つの新しい統計的パラメータの提案を行おうとともに、2次元粒状体モデルに関する二軸圧縮試験から得られた写真について、ミニコンに組込んだ画像処理システムを用いて自動的に変形の解析を行なう手法を試みた。本文は、これらのことを説明し解析結果や、その考察を述べるものである。

2. 粒状体の変形の統計的表現¹⁾²⁾

N 個の粒子の集合からなる2次元の粒状体が一様な応力状態にある場合を考える。一つの粒子について、粒状体の重心を基準とした位置ベクトルを $X_n = (x_n, y_n)^t$ 、変位ベクトルを $u_n = (u_n, v_n)^t$ 、とする ($n = 1 \sim N$)。今、粒状体の変形を全体的に一様なものと考えることになり期待される、一つの粒子の変位ベクトルを、

$$\bar{u}_n = D \cdot X_n + u_0 \quad (1)$$

と置き、その粒子の平均変位ベクトルと呼ぶこととする。ここに、

$$D = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} \\ \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

は、変形勾配テンソル(対称部分は平均歪テンソル ε)で、粒状体全体で一定値と考えることができる。また、 u_0 は重心 $X_n = 0$ の変位である。次に、粒子の実際の変位との差を考え、

$$\Delta u_n = u_n - \bar{u}_n \quad (3)$$

$$S = \sum_{n=1}^N \Delta u_n \cdot \Delta u_n / N \quad (4)$$

と置く。最小二乗法の原則により、 D は S を最小にする条件より求められ、 x, y 軸を $\sum_{n=1}^N x_n y_n = 0$ 、となるように選んであるものとすれば、次式のように表わされる。

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{n=1}^N u_n x_n / \sum_{n=1}^N x_n^2}{\sum_{n=1}^N u_n y_n / \sum_{n=1}^N y_n^2} & \frac{\sum_{n=1}^N u_n x_n / \sum_{n=1}^N x_n^2}{\sum_{n=1}^N u_n y_n / \sum_{n=1}^N y_n^2} \\ \frac{\sum_{n=1}^N u_n y_n / \sum_{n=1}^N y_n^2}{\sum_{n=1}^N u_n x_n / \sum_{n=1}^N x_n^2} & \frac{\sum_{n=1}^N u_n y_n / \sum_{n=1}^N y_n^2}{\sum_{n=1}^N u_n x_n / \sum_{n=1}^N x_n^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

このようにして求められた D をもとに計算される Δu_n に対し、ダイアード

$$\nabla = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Delta u_n \Delta u_n^t \quad (6)$$

を定義すれば、これは変位ベクトルの微視的な変動を表わすテンソルと考えられ、以後 ∇ を変形共分散テンソルと呼ぶこととする。(4)式と変形共分散テンソルとの関係は、

$$S = \text{tr } \nabla \quad (7)$$

である。

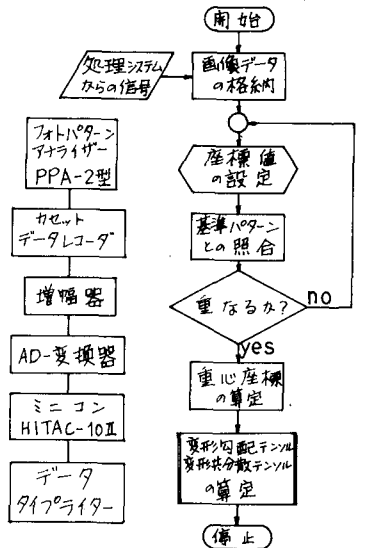


図-1 画像処理システム

図-2 解析フローチャート

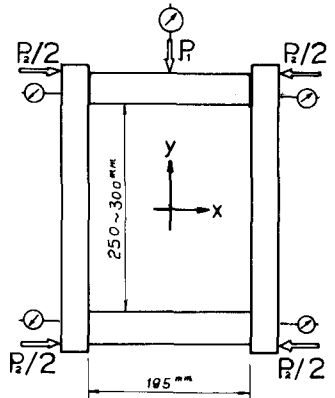


図-3 二軸圧縮試験装置

3. 粒状体の変形解析のための画像処理システムと実験の概要

変形解析は、実験で得られる写真のネガフィルムをもとに、図-1に示す画像処理システムおよび図-2に示すフローチャートにより変形の統計的解析を行なう。実験は、塩ビ棒(直径21mm、18mm、11mm)を10mm厚に切った2次元粒子モデルを用いて、応力制御による二軸圧縮試験(図-3、写真-1)を行ない、一定載荷荷重間隔毎に、また著しい変形を生じた時に、写真を撮影した。

4. 解析結果と考察²⁾

解析結果を図-4、図-5に示す。図-4の横軸は載荷重 P 、縦軸は計算で求められた平均歪 ϵ_x, ϵ_y および(7)式で与えられた S である。なお、 S の値は、各載荷段階の中間点に示している。一回の荷重増分は300gとし、変形段階④に限り、150gとした。(最大荷重は2400gであった。) 図-5は各載荷段階で得られる変形共分散テンソルのモール円表示である。

分散 S は、粒子の変位の平均変位からの変動を表わし、図-4から分かるように、平均歪が増大する時に大きな値をとる。しかし、平均歪増分の値の大小に必ずしも対応したものとはなっていない。これは明らかに、粒状体内部の微視的な変形特性を示しているものと考えられる。二に示した実験において、特に変形段階②は、①の平均歪増分と同じ程度の変化であるのに、 S の大きさがかなり違うのは、①が体積減少であるのに対し、②は体積増加であり、そのため変位の変動が大きい、と考えられる。

変形共分散テンソルをモール円表示した場合の円が大きいことは、微視的変位の方向性が著しいことを示している。実験では、変形段階②、③および④で、この方向性が著しく現れ、②および④で小さい。これは、変形が進むに従って次第に方向性が著しくなるが、その後方向性が小さくなり、変位の均一化が生じるものと考えられる。

変形共分散テンソルの主軸の方向の一つは、微視的変位の変動の卓越方向を示し、変形段階④におけるこの方向と大きい変形のある方向とは、ほぼ直交するのが観察された。

5. あとがき

本文は、粒状体の粒子の変位の変動を表わす統計量として変形共分散テンソルを提案し、画像処理装置を利用した粒状体の微視的変形特性の統計的解析について述べた。変形共分散テンソルは、4.でも述べたように粒状体の微視的変形機構を考察する上で有用なものであると考える。今後、更にこのような解析手法の適用性や、力学的意味について検討をすすめたいと考えている。また、本研究は、昭和57年度科研費(一般D)、課題番号165107)の補助を受けたものであることを付記し、本研究について有益な御助言を頂いた東北大学佐武正雄教授に感謝致します。

参考文献 1) 岸野(1975): 微視的変動を考慮に入れた変形の表現について、土木学会年譜概要集、I-5

2) 佐武岸野高橋(1977): 画像処理手法による粒状体の変形の解析、土木学会東北支部発表概要、P.151

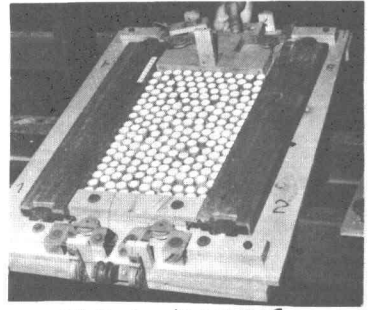


写真-1 実験装置

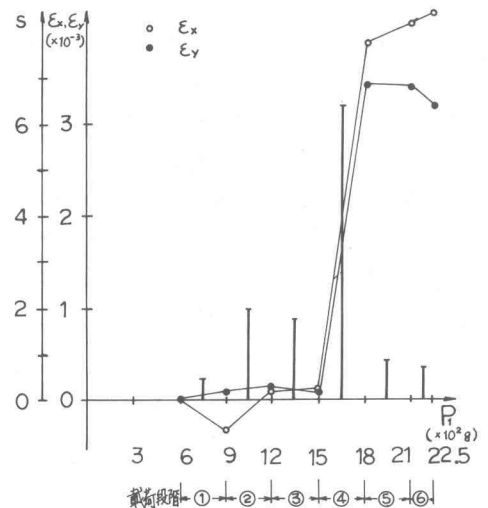


図-4 解析結果

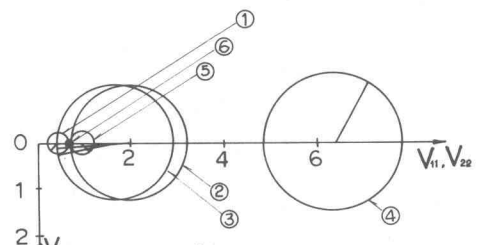


図-5 変形共分散テンソル