

1. まえがき 連続体力学の立場から、土のダイレタンシー現象を表現するには2通りの方法が考えられる。一つは塑性力学の立場からで、塑性ポテンシャル関数に応力の1次不変量を含むことにより表現できる。もう一つは弾性力学の立場からで、土を異方性材料とみなすことにより表現できる。このことは岩崎⁽¹⁾によっても指摘されており、彼は軸対称応力条件のもとで負荷をうける土質材料の偏差応力がダイレタンシー発生時の値を越えると区別で線形な2軸直交異方性材料になると仮定し、ダイレタンシーを表現しようと試みた。著者は岩崎の paper にヒントを得て、彼を用いた応力の軸対称仮定を取り払い、単純な室内軸対称試験から、異方性になると大幅に増える変形係数の非線形性を評価する方法を考案した結果^{(2),(3)}、一応の成果を得たのでここに報告したい。本報ではまず室内試験結果から応力ヒズミテンソルの増分関係を導く一般論を展開し、FEM 荷重増分法に用いる平面ひずみの応力ヒズミ増分関係を与えた。また豊浦砂の応力ヒズミ関係⁽⁴⁾を用い、2.3の境界条件の下で本解析法の解と、Kulhawy, Duncan らに代表される (E, ν を用いた) 従来の解析法⁽⁵⁾の解とを比較し、その結果、本解析法が、粒状体の膨張のダイレタンシーを解析しようことが明らかになった。

2. 応力ヒズミテンソルの増分関係の誘導

Ⅰ 室内軸対称試験として、等方圧縮試験 (C-Test) と平均主応力一定試験 (D-Test) を行う。C-Test の試験結果から $\varepsilon_{vc} = \varepsilon_{vc}(\sigma_m)$, D-Test から $\varepsilon_{vd} = \varepsilon_{vd}(\eta)$, $\gamma_{octd} = \gamma_{octd}(\eta)$ —— (1) をそれぞれ関数近似する。ここに ε_{vc} , ε_{vd} はそれぞれ C, D Test における体積ヒズミ, γ_{octd} は D-Test における正八面体せん断ヒズミ, σ_m は平均主応力, τ_{oct} は正八面体せん断応力, η は正八面体応力比で τ_{oct}/σ_m で与えられる。

Ⅱ (1) 式を微分し、正八面体増分関係 $[d\varepsilon_v, d\gamma_{oct}]^T = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} [d\sigma_m, d\tau_{oct}]^T$ —— (2. a) を導く。ここに $S_{11} = d\varepsilon_{vc}/d\sigma_m$, $S_{12} = \partial\varepsilon_{vd}/\partial\tau_{oct}$, $S_{21} = \partial\gamma_{octc}/\partial\sigma_m = 0$, $S_{22} = \partial\gamma_{octd}/\partial\tau_{oct}$ —— (2. b) で与えられる。 S_{11} , S_{12} , S_{22} はそれぞれ 圧縮, ダイレタンシー, せん断ヒズミ増分に対するスラップネスを意味する。

Ⅲ (2) 式に軸対称条件を代入し、 $d\varepsilon_1, d\varepsilon_3$ に関する連立1次方程式を解いて、2軸の増分関係 (3) を得る。
a) 圧縮状態 ($d\sigma_1 > d\sigma_2 = d\sigma_3$, $d\varepsilon_1 > d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3$) の場合, (2) 式のヒズミ増分に $d\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3$, $d\gamma_{oct} = 2\sqrt{2}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)/3$, 応力増分に $d\sigma_m = (d\sigma_1 + 2d\sigma_3)/3$, $d\tau_{oct} = \sqrt{2}(d\sigma_1 - d\sigma_3)/3$ を代入し、 $[d\varepsilon_1 \ d\varepsilon_3]^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} [d\sigma_1 \ d\sigma_3]^T$ —— (3. a) を得る
b) 伸張状態 ($d\sigma_1 = d\sigma_2 > d\sigma_3$, $d\varepsilon_1 = d\varepsilon_2 > d\varepsilon_3$) の場合も同様にして $[d\varepsilon_1 \ d\varepsilon_3]^T = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} [d\sigma_1 \ d\sigma_3]^T$ —— (3. b)

$$\begin{aligned} \text{ここに } a_{11} &= [2(S_{11} + \sqrt{2}S_{12}) + 6S_{22}]/18 & b_{11} &= [2(2S_{11} + \sqrt{2}S_{12}) + 3S_{22}]/18 \\ a_{12} &= [2(8S_{11} - \sqrt{2}S_{12}) - 6S_{22}]/18 & b_{12} &= [2(S_{11} - \sqrt{2}S_{12}) - 3S_{22}]/18 \\ a_{21} &= [2(S_{11} + \sqrt{2}S_{12}) - 3S_{22}]/18 & b_{21} &= [2(2S_{11} + \sqrt{2}S_{12}) - 6S_{22}]/18 \\ a_{22} &= [2(2S_{11} - \sqrt{2}S_{12}) + 3S_{22}]/18 & b_{22} &= [2(S_{11} - \sqrt{2}S_{12}) + 6S_{22}]/18 \end{aligned} \quad (3. a) \quad (3. b)$$

Ⅳ いま最も一般的な3軸の増分関係を、 $d\varepsilon_i = C_{ij}d\sigma_j$ ($i, j = 1 \sim 3$) ($d\varepsilon_i, d\sigma_j$ は主ヒズミ, 主応力の増分) (4) とおくと, (4) 式は軸対称の2つのストレスパスにおける増分関係 (3. a), (3. b) を包含してなければならない条件から、係数等置によって C_{ij} は a_{ij} , b_{ij} と 更に S_{ij} と関係づけられる。その結果3軸の増分関係 (5) 式を得る。
$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} C_{11} &= a_{11} = [(S_{11} + 3S_{22}) + \sqrt{2}S_{12}]/9 & C_{13} &= b_{12} = [(2S_{11} - 3S_{22}) - 2\sqrt{2}S_{12}]/18 \\ C_{22} &= a_{22} - b_{22} = (S_{11} + 3S_{22})/9 & C_{12} &= a_{12} - b_{12} = (2S_{11} - 3S_{22})/18 \\ C_{33} &= b_{22} = [(S_{11} + 3S_{22}) - \sqrt{2}S_{12}]/9 & C_{21} &= a_{12} = [(2S_{11} - 3S_{22}) + 2\sqrt{2}S_{12}]/18 \end{aligned} \quad (5)$$

Ⅴ ヒズミ応力テンソルの増分関係の係数行列における (4, 4), (5, 5), (6, 6) 要素 C_{44} , C_{55} , C_{66} の非線形性を実験により評価するには、Cole の行なったような単純せん断試験を行う必要がある。しかしここでは便宜上、線形異方性材料のスラップネスとのアナロジーを仮定し、 $d\sigma_{ij} = 2(C_{ii} - C_{jj})d\varepsilon_j$ ($i \neq j$) を認めると

C_{44}, C_{55}, C_{66} の非線形性の評価式は (6) 式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_{44} = C_{66} &= 2(C_{22} - C_{13}) = 2(C_{11} - C_{12}) = S_{22} + 2\sqrt{2}S_{12}/9 \\ C_{55} &= 2(C_{33} - C_{21}) = S_{22} - 4\sqrt{2}S_{12}/9 \end{aligned} \quad (6)$$

異方性の主軸と主応力増分の主軸の一致を仮定し、主軸と平行に X, Y, Z 座標をとると、テンソル増分関係は (7) 式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} d\epsilon'_x \\ d\epsilon'_y \\ d\epsilon'_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} d\delta'_x \\ d\delta'_y \\ d\delta'_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\tau_{xy} \\ d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(7) 式で注目すべきは、係数行列が非対称で、各要素は (5), (6) 式を用いて、3組の独立なステイフネス S_{11}, S_{12}, S_{22} と関係づかれることである。

3. 平面ひずみの応力ヒズミ増分関係

I) 本解析法 $\{d\sigma\}^t = L_p D' L_p^t \{d\epsilon\}^t \quad (8)$

ここに $\{d\sigma\} = \{d\sigma_x, d\sigma_y, d\sigma_z\}$, $\{d\epsilon\} = \{d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_z\}$

$$D' = \frac{1}{Q} \begin{bmatrix} P_{22} & -P_{12} & 0 \\ -P_{21} & P_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q/C_{33} \end{bmatrix}, \quad Q = \det \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, \quad L_p = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

$P_{11} = C_{11} - C_{12} \cdot C_{21}/C_{22}$, $P_{12} = C_{13}(1 - C_{12}/C_{22})$, $P_{21} = C_{21}(1 - C_{12}/C_{22})$, $P_{22} = C_{33} - C_{12} \cdot C_{23}/C_{22}$

* θ は最大主応力増分軸が X 軸と反時計まわりになす角度。

II) 従来の解析法 Kulhawy, Duncan の用いる変形係数は側圧一定圧縮試験の応力ヒズミ曲線を用い、 $E_t = d\sigma/d\epsilon_1$, $\nu_t = -d\epsilon_3/d\epsilon_1$ で定義され (3.a) 式より容易に導ける。

$$\{d\sigma\}^t = \frac{E_t}{(1+\nu_t)(1-2\nu_t)} \begin{bmatrix} 1-\nu_t & -\nu_t & 0 \\ \text{Sym.} & 1-\nu_t & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu_t)/2 \end{bmatrix} \{d\epsilon\}^t \quad (9)$$

ここに $E_t = 1/\alpha_{11} = 9/[S_{11} + \sqrt{2}S_{12} + 3S_{22}]$

$$\nu_t = -\alpha_{21}/\alpha_{11} = -[2S_{11} + 2\sqrt{2}S_{12} - 3S_{22}]/2[S_{11} + \sqrt{2}S_{12} + 3S_{22}]$$

4. 解析結果と考察 i) (1) 式の具体例として豊浦砂の場合 (10) 式を用いた。 $\epsilon_{vc}(\sigma_m) = \sigma_m/(\lambda_1 + \lambda_2 \sigma_m)$, $\epsilon_{vd} = -\{\lambda_1 \lambda_2 / (1 - \lambda_2 \sigma_m) + M_2\}$, $\delta_{octd} = \lambda_1 \lambda_2 / (1 - \lambda_2 \sigma_m) - (10)$ 。ここに $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_2, M_1, M_2$ は材料の非線形パラメータであり、全て初期間隙比 e_0 の 1 次式で表せる。(4)

ii) 解析の条件は一括して Fig. 1 に示す。 iii) 解析結果のうち特に注目したいのは、平面ひずみ側圧一定圧縮試験の応力ヒズミ挙動を示した Fig. 3 である。

従来の解析法では、膨張のダイレタンシーが生じると、 $\nu_t > 0.5$ となり剛性行列の正値性を失い、解析不能となる。一方本解析法では、周知の粒状体の膨張のダイレタンシー特性を解析し持っている。紙数の都合上、解析結果の詳細は会場で報告したい。(本報を通して応力は全て有効応力を意味し、圧縮応力、圧縮ヒズミを正とした。)

5. あとがき 今後は粘土地盤の変形解析に対する本解析法の適用について検討していきたい。なお計算は九大計算機センター FACOM 230-75 を用いた。

6. 謝辞 最後に日頃御指導を蒙っている本学伊勢田哲也教授と、本研究を熱心に手伝って頂いた安部テサ子史(現日本地研 K.K.) に、深謝の意を表したい。

引用文献) 1) 岩崎肇夫: 土木学会論報 209 号 PP. 95-101 (1973), 2, 3) 棚橋, 安部, 伊勢田: 土木学会南部支部講演概要, PP. 204- (1976, 2A), PP. 107- (1977, 2A), 4) 棚橋, 長崎大工学部紀要 6 号 PP. 103-112 (1975, 12A) 5) Kulhawy, F.H. & Duncan, J.M.: Proc. ASCE, SM7, PP. 653- (1972)

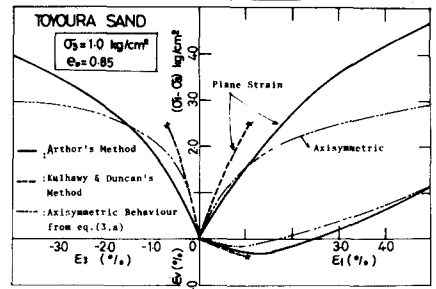
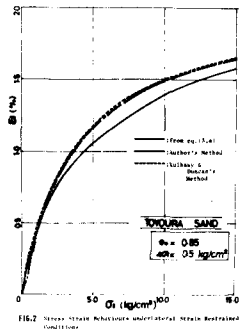
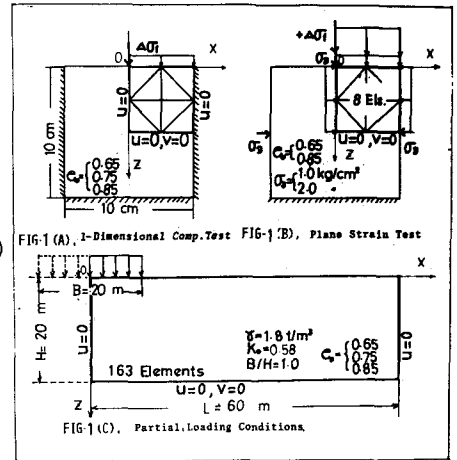


FIG. 3 Stress-Strain Behaviours of Both Plane Strain and Axisymmetric -Const. Comp. Test (Results of Two Methods of F.E.M.)

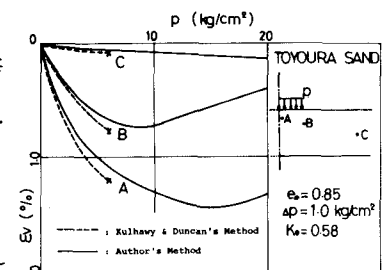


FIG. 4 Relationship between Load Intensity p and Volumetric Strain ϵ_v at Points A, B, C. (Results of Two Methods of F.E.M.)