

日本大学工学部 正会員 浅川 美利
同 上 正会員 O 中山 晴幸

はじめに

地盤の応力・変形解析に関する数値解析法としてのFEMが注目されて、いくつかの解析法や解析例が示されている。代表的な手法はDuncanらの方法であるが、例えばダイラタニシーのあつかいについて不明確である。これらの手法の共通の問題として、応力・ひずみ関係などのように表現し、かつ解析へ導入するかという点があるが、それらの問題を含めて、シンプルで合理的な手法を考える必要がある。理論的なアプローチの一方法として弾塑性解析があるが、塑性ポテンシャル、降伏関数が一致しないことや垂直条件にも疑問があることなどから、さらに検討を加える必要がある。本報告はそのアプローチの第一歩として、エの応力・ひずみ関係から特に平面ひずみ条件下での中間主応力の影響を考慮し、直接的に解析を実行する手法について試みたものである。

1 応力・ひずみ関係のマトリックス定式化

正四面体上の応力・ひずみ関係を基礎として、数値解析に必要なマトリックス定式化を行なう。なお、詳しい式の展開は本文の目的ではないので文献(1)を参照していただきたい。体積変化は圧縮とダイラタニシーとに分離して考え、それらを重ね合わせが可能であると仮定する。基礎となる構成式は、宮森(2)の示した塑性変形時の応力比とひずみ増分比との関係、応力比とせん断ひずみとを双曲線で表わした関係、さらに平均有効応力と圧縮との関係である。これらの関係から、塑性ひずみ増分と正四面体応力増分とを結び、塑性たねみ性マトリックス $[C^p]$ が得られる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma^p \\ d\delta^p \end{Bmatrix} = \partial \left(\frac{g}{\sigma_m} \right) \cdot \frac{1}{g} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{(1+\epsilon_s)\sigma_m} + \frac{1}{k} \left(M - \frac{g}{\sigma_m} \right) \frac{1}{\partial \sigma_m} & \frac{1}{k} \left(M - \frac{g}{\sigma_m} \right) \frac{1}{\partial g} \\ \frac{1}{\partial \sigma_m} & \frac{1}{\partial g} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_m \\ dg \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに $g = \frac{GM_u^2}{(M_u + G\delta_u)^2}$ である。さらに正四面体上の応力とひずみと(2),(3),(4)式を用いて一般座標系に変換し、弾性ひずみ増分を考慮して6×6の大きさを持つ弾塑性たねみ性マトリックス $[C^ep]$ を得る。

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\epsilon_z \\ d\gamma_{xy} \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (2) \quad \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{Bmatrix} = [T_0] \begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\delta \end{Bmatrix} \quad (3) \quad \begin{Bmatrix} d\sigma_m \\ dg \end{Bmatrix} = [Q_0] \begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_z \\ d\gamma_{xy} \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\{d\epsilon\} = [T][T_0][C^ep][Q_0]\{d\sigma\} = [C^ep]\{d\sigma\} \quad (5)$$

2 平面ひずみ問題への拡張

(5)式の $[C^ep]$ では平面ひずみ問題を解くことはできないため、平面ひずみ問題の解析に必要な弾塑性たねみ性マトリックスを導く。平面ひずみ条件である $d\epsilon_z = 0$, $d\gamma_{yz} = 0$, $d\gamma_{zx} = 0$ を $[C^ep]$ へ導入すると、(3)式より(7)式を得。中間主応力を考慮しないとひずみ増分比が常に一定値となり、基礎構成式に矛盾してしまう。したがって、中間主応力は解析上重要なファクターとなる。平面ひずみ条件下での中間主応力の影響を考慮するため、その関係度と他の応力成分 $d\sigma_x$, $d\sigma_z$, $d\gamma_{zx}$ で表われ、それらの関係を $[Q_0]$ へ導入した。得られた $[Q]$ は次

$$[Q] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 - \frac{C_{21}}{C_{22}} & 1 - \frac{C_{23}}{C_{22}} & -\frac{C_{24}}{C_{22}} \\ \frac{\partial g}{\partial \sigma_x} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_y} \cdot \frac{C_{21}}{C_{22}} & \frac{\partial g}{\partial \sigma_z} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_y} \cdot \frac{C_{23}}{C_{22}} & \frac{\partial g}{\partial \gamma_{zx}} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_y} \cdot \frac{C_{24}}{C_{22}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式である。サフィックス付のCは $\alpha\theta$ を含めた弾塑性たわみ性マトリックスの成分を表わす。計算で得られた $\alpha\theta$, $\alpha\theta$ を用いて、条件式(7)から θ を算定して正八面体上でのせん断応力の方向を決定する。

$$\frac{\alpha\theta}{\alpha\theta} = \frac{\sqrt{2}}{2} \{ \cos(\theta + \alpha) - \sqrt{3} \sin(\theta + \alpha) \} \quad (7)$$

3 解析例

以上の展開をFEMに適用し数値解析した結果を示す。Fig-1は解析に用いた要素である。入力したデータは宮森の多軸圧縮試験結果²⁾の $\theta = 30^\circ$ を参考にしたものであるが、実験結果そのものではない。Fig-2~4には、平面ひずみ条件下での正八面体せん断応力の方向角 θ とせん断ひずみとの関係を表要素別に表わしている。Fig-2には荷重直下のNO.3, NO.20 E, Fig-3には中央部のNO.49, NO.63 E, Fig-4には表面部のNO.8, NO.28 Eと比較した。 θ の初期値は 30° を設定したが、荷重を開始すると 10° 近い値まで低くなる現象は、多くの要素に共通するようである。また、最終的にはそれぞれの要素で多少せん断ひずみが異なるが、表面近くの要素ほど $10^\circ \sim 30^\circ$ 付近に落ち着くようである。平面ひずみ条件下の実験結果でも、 θ は $10^\circ \sim 30^\circ$ の間であると言われている。しかし、一部の要素にはこのような傾向がないものもある。特に表面付近の要素は他の要素にくらべて θ が特異な結果となっているが、これらには荷重直後からかなり大きな引張が生じているものが多く、そのような要素は破壊したと仮定して微小な強度に設定しておいたため、このような結果が得られたものと考えられる。

まとめ

現在、このような特異な現象(たとえば引張りなど)の処理や、一部の疑問な点の検討、要素の改良(四角形要素)する作業を行っており、講演時には報告したいと考えている。最後に、いつも有益な助言をいただいている、宮森建樹助教授に深く感謝いたします。また、ご協力いただいた本学4年生江崎彰利、橋元 健両君にも感謝いたします。

参考文献

- 1: 浅川美利, 中山晴幸; 地盤の応力・変形解析に関する一考察, 第12回工費工学会研究発表会講演集
- 2: 宮森建樹; 多軸応力状態における砂のせん断強度と変形特性, 土木学会論文報告集No.255, 1976

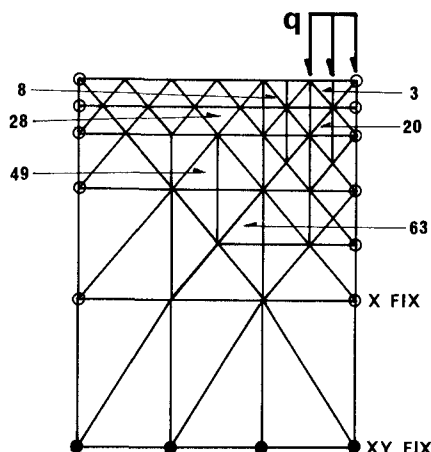


FIG.1

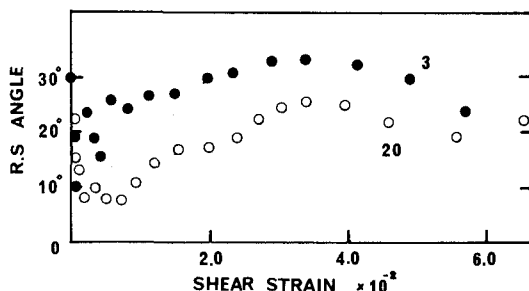


FIG.2

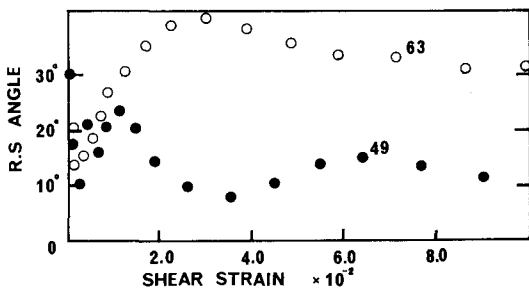


FIG.3

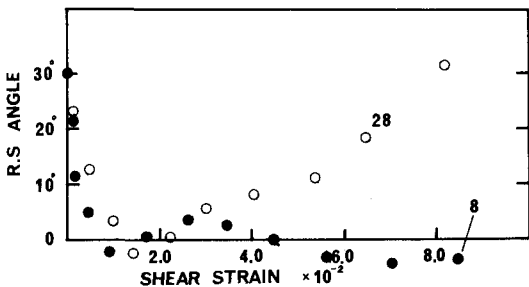


FIG.4