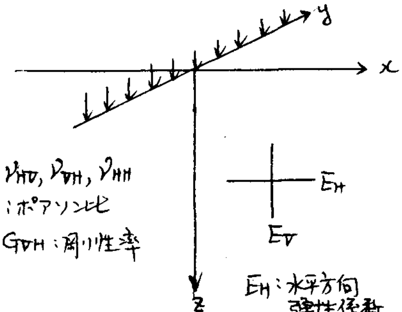
III-88　平面ヒズミ直交異方性弾性地盤内応力

八戸工業大学　正　諸戸靖史

最近，土の異方性の問題が注目されるようになってきた。異方性には inherent な異方性と induced される異方性とがある。本文は inherent な異方性を対象にしている。本文は平面ヒズミ直交異方性弾性地盤内応力の解を示し，地盤内応力の伝パ性に関する係数を考察したものである。著者は弾性理論を用いて地盤問題が十分に解析されるとは考えていない。しかし，弾性公式はヒズミが小さい時点における地盤内応力をとりあつかう上で有用な道具であると考える。



$\nu_{HV}, \nu_{VH}, \nu_{HH}$ ：ポアソン比

G_{VH} ：剛性率

E_H ：水平方向弾性係数

E_V ：鉛直方向弾性係数

応力公式を誘導するための条件

1、鉛直単位線荷重

2、平面ヒズミ

3、半無限直交異方性線形弾性地盤

4、異方性の主軸と座標軸との一致

解は次ページに示した。結果を引用すると

$$(\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}) = \frac{q_1 q_2 (q_1+q_2)}{\pi} \times \frac{(z^2, x^2, xz)\,z}{\{(q_1 z)^2+x^2\}\{(q_2 z)^2+x^2\}} \quad \cdots\cdots ①$$

荷重の伝パ性を示す係数 j

荷重作用線下（$x=0$）の鉛直応力 σ_z は

$$\sigma_z|_{x=0} = \frac{1}{\pi}\,\frac{q_1+q_2}{q_1 q_2}\,\frac{1}{z} \quad \cdots ②$$

この $\sigma_z|_{x=0}$ の集中・分散性は係数

$$j = (q_1+q_2)/q_1 q_2 \quad \cdots\cdots ③$$

の値によって定まる

(a)　$j > 2$ の場合：等方性の場合より地盤内応力は集中性を示す

(b)　$j = 2$ 等方性地盤

(c)　$j < 2$ の場合：等方性の場合より地盤内応力は分散性を示す

一般に (a) の条件は

$$\frac{m}{2} - n > \nu_{HV}(1+\nu_{HH}-\nu_{HV}) \quad \cdots\cdots ④$$

ここに

$$m = \frac{E_H}{G_{VH}} \quad \cdots ⑥$$

$$n = \frac{E_H}{E_V} \quad \cdots ⑦$$

(c) の条件は

$$\frac{m}{2} - n < \nu_{HV}(1+\nu_{HH}-\nu_{HV}) \quad \cdots ⑤$$

体積変化がない場合は特別に (a) の条件は

$$\sqrt{\frac{n \cdot m}{1-\frac{1}{4}n}} > 2 \quad \cdots ⑧$$

(b) の条件は

$$\sqrt{\frac{n \cdot m}{1-\frac{1}{4}n}} < 2 \quad \cdots ⑨$$

ここに

$$\nu_{HV} = \frac{1}{2}n \quad \cdots ⑩, \qquad \nu_{HH} = 1-\frac{1}{2}n \quad \cdots ⑪$$

応力、ヒズミ関係式

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_H}\sigma_x - \nu_{HH}\frac{\sigma_y}{E_H} - \nu_{VH}\frac{\sigma_z}{E_V}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu_{HH}}{E_H}\sigma_x + \frac{1}{E_H}\sigma_y - \nu_{VH}\frac{\sigma_z}{E_V}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{E_H}\sigma_x - \nu_{HV}\frac{\sigma_y}{E_H} + \frac{1}{E_V}\sigma_z$$

$$\gamma_{xy} = 2(1+\nu_{HH})\tau_{zx}/E_H$$

$$\gamma_{yz} = \tau_{yz}/G_{VH}$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx}/G_{VH}$$

平面ヒズミ ($\varepsilon_y = 0$)

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_H}(1-\nu_{HH}^2) - \frac{\sigma_z}{E_V}(1+\nu_{HH})\nu_{VH}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_V}(1-\nu_{VH}\cdot\nu_{HV}) - \frac{\sigma_x}{E_H}(1+\nu_{HH})\nu_{HV}$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx}/G_{VH}$$

応力関数 F

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2},\ \sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2},\ \tau_{zx} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z}$$

ヒズミの適合条件式

$$\frac{1}{E_V}(1-\nu_{VH}\cdot\nu_{HV})\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G_{VH}} - \left(\frac{\nu_{HV}}{E_H} + \frac{\nu_{VH}}{E_V}\right)(1+\nu_{HH})\right)\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{1}{E_H}(1-\nu_{HH}^2)\frac{\partial^4 F}{\partial z^4} = 0$$

$$F = \int_0^\infty f(z,m)\cos mx\,dm$$

$$a\frac{d^4 f}{dz^4} - b\frac{d^2 f}{dz^4} + c = 0$$

$$a = (1-\nu_{HH}^2)/E_H,\ b = \frac{1}{G_{VH}} - (1+\nu_{HH})\left(\frac{\nu_{HV}}{E_H} + \frac{\nu_{VH}}{E_V}\right)$$

$$c = (1-\nu_{VH}\cdot\nu_{HV})/E_V$$

特性方程式 $a\eta^4 - b\eta^2 + c = 0$

$$f(z,m) = A_1 e^{-\eta_1 m z} + A_2 e^{-\eta_2 m z}$$

Type I $b^2 - 4ac > 0$

$$\left.\begin{matrix}\eta_1\\ \eta_2\end{matrix}\right\} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4ac}\right)}$$

A_1, A_2 : constants.

Type II $b^2 - 4ac < 0$

$$\left.\begin{matrix}\eta_1\\ \eta_2\end{matrix}\right\} = \alpha \pm \beta i,\quad \alpha,\beta > 0$$

$$\eta_1\eta_2 = \alpha^2 + \beta^2,\quad 2\alpha = \eta_1 + \eta_2$$

$$f(z,m) = e^{-\alpha m z}(B_1\cos\beta m z + B_2 \sin\beta m z)$$

B_1, B_2 : constants

境界条件

$$\sigma_z|_{z=0} = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \cos mx\,dm$$

$$\tau_{zx}|_{z=0}$$

解.

Type I

$$(\sigma_z, \sigma_x, \tau_{zx}) = \eta_1\eta_2(\eta_1+\eta_2)\frac{(z^2, x^2, zx)z}{\{(\eta_1 z)^2 + x^2\}\{(\eta_2 z)^2 + x^2\}}$$

Type II

$$(\sigma_z, \sigma_x, \tau_{zx}) = \frac{2\alpha(\alpha^2+\beta^2)(z^2, x^2, zx)z}{\pi\{(\alpha z)^2 + (\beta z + x)^2\}\{(\alpha z)^2 + (\beta z - x)^2\}} = \frac{1}{\pi}\frac{(\eta_1\eta_2)(\eta_1+\eta_2)(z^2, x^2, zx)z}{\{(\eta_1 z)^2 + x^2\}\{(\eta_2 z)^2 + x^2\}}$$