

京都大学 正 〇太田秀樹
関口秀雄

1. はじめに

たとえば、図-1 左のように異方圧密された粘土地盤がある。初期状態での最大主応力の方向は、図に示すように鉛直下方である。この地盤に図の右のように帯状荷重を載荷したとすると、粘土の微小要素にかかる最大主応力方向は鉛直下方からいくらかずれてくる。そのずれの大きさは、微小要素の位置と、荷重の大きさによって異なる。粘土の応力-ひずみ関係や強度特性が、このような主応力の回転によって著しい影響をうけることは従来から指摘されている。ここでは第12回土質工學研究発表会で、関口・太田により提案された力学モデルを用いて、主応力回転のひずみに及ぼす影響を考察する。

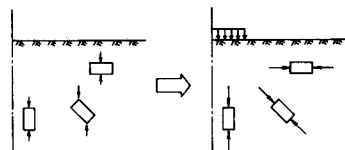


図-1

2. 塑性体積変化

関口・太田が提案したモデルの特徴をわかりやすく示すために、ロスコー・スコフィールド・スライジャが発表したオリジナルのカム・クレイ・モデル(モデルA)と、太田・島によるモデル(モデルB; 土木学会論文集196, 1971)との比較で本モデル(モデルC)を説明する。これらの3つのモデルは本質的には同じものであるが、モデルAはモデルBの特殊なケースであり、モデルBを等方圧密された粘土に適用すると、モデルAと全く同じ結果になる。モデルBはモデルCの特殊なケースであり、モデルCを軸対称な場合に適用するとモデルBと一致する。これらのモデルはそれぞれ特徴を持っており、3者の比較は上述のように簡単ではないところもあるが、A, B, C 3モデルが与えている塑性体積変化量は次のようになる。

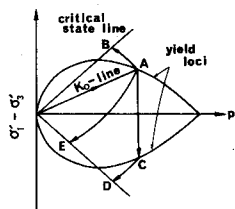


図-2 (軸対称)

$$v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + D\eta \quad (\text{モデルA})$$

ここで v^p は塑性体積ひずみ、 λ, κ は圧縮指数、膨張指数に対応する

値、 D はダイレイタンシーの程度を示す値(柴田 1963)である。また、 p, η はそれぞれ

$$p = \frac{1}{3} \sigma'_{ij} \delta_{ij} \quad (\delta_{ij}: \text{クロネッカーデルタ}), \quad \eta = g/p \quad (g = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{\text{ocr}} = \sqrt{\frac{3}{2}} S_{ij} S_{ij}, \text{ただし } S_{ij} \text{ は偏差応力 } \sigma'_{ij} - p\delta_{ij})$$

$$v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} \pm D(\eta - \eta_0) \quad (\text{モデルB})$$

ここで η_0 は圧密終了時の値である。

$$v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + D\eta^* \quad (\text{モデルC})$$

$$\text{ここで } \eta^* \text{ は } \eta^* = \sqrt{\frac{3}{2} (\eta_{ij} - \eta_{ij0})(\eta_{ij} - \eta_{ij0})} \quad \text{ただし } \eta_{ij} = \frac{S_{ij}}{p}, \quad \eta_{ij0} = \frac{S_{ij0}}{p_0}$$

これらの3つの式から K_0 圧密された正規圧密粘土の非排せん断時のストレスパスを求めると、図-2 のようになる。モデルAでは圧縮に対し $A \rightarrow B$ 、伸張に対し $A \rightarrow C \rightarrow D$ となるのに対し、モデルB、モデルCは共に、圧縮に対し、 $A \rightarrow B$ 、伸張に対し $A \rightarrow E$ が与えられる。モデルAでのストレスパス AC は弾性状態である。

さて、3つのモデルの中で、主応力方向の回転の影響を考慮に入れることができるのは、モデルCだけである。これを示すために、次に3つのモデルが与える降伏関数について考える。

3. 降伏関数

3つのモデルの降伏関数を示すと次のようになる。

$$f = \frac{\lambda - K}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + D\eta \quad (\text{モデル A})$$

$$f = \frac{\lambda - K}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} \pm D(\eta - \eta_0) \quad (\text{モデル B})$$

$$f = \frac{\lambda - K}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + D\eta^* \quad (\text{モデル C})$$

これら3つの降伏関数の相違点は式の第2項すなわち $\eta (= \delta/p)$ に関する項である。ここで図-3のように p_0 なる平均有効主応力で K_0 圧密された粘土を $p=p_0$ に保ちながらせん断することを考える。圧密終了時がA点で、せん断してB点に至るとする。もちろん主応力方向は回転しない。このとき3つのモデルの第2項の変化は、

$$\eta = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{OB} \quad (\text{モデル A}) \quad \eta - \eta_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} (\overline{OB} - \overline{OA}) \quad (\text{モデル B}) \quad \eta^* = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{AB} \quad (\text{モデル C})$$

となる。ここでは $p=p_0$ を考えているから、結局モデルAの降伏は $\overline{OB}$ の増加により生じ、モデルBの降伏は、 $\overline{OB}$ と $\overline{OA}$ の差の増加により生じるのに対し、モデルCの降伏は $\overline{AB}$ の増加で生じる。さてここでB点を図-3に描いてある外側の円周に沿って移動させる。これは必ずしも主応力方向を回転させなくても、主応力の大きさをコントロールすることによって行なうことができる。この場合、モデルA、Bでは降伏が生じないが、モデルCでは降伏が発生する。以上でモデルCの特徴がほぼ明らかになったので、主応力の回転だけで生じる塑性ひずみを、モデルCから計算した例を次に示す。

4. シンアル・シアの計算例

図-4左に示されるような K_0 圧密された正規粘土を右に示されるようにせん断したとする。ただし、せん断の過程中、紙面に垂直方向に働く中間主応力 σ_2 は常に一定とし、またせん断中、平均有効主応力 p および主応力差 $(\sigma_1' - \sigma_3')$ が一定に保たれるとする。したがって $\eta = \delta/p$ も変化しないことになるため、モデルA、Bでは塑性ひずみは全く生じないことになる。ここで生じている唯一の応力状態の変化は図-4右に示されているように、単に主応力方向が回転してゆくだけである。これを図-5で示したのが

図-5である。すなわちモールの円の大きさや位置とは全く変化が見られず、ただ主応力方向が回転する。この場合の計算では、

$$\begin{aligned} U^p &= \sqrt{3} D \{ (\sigma_1' - \sigma_3') / p \} \cdot \theta \\ E_{xy}^p &= -\sqrt{3} D \ln \left[1 - (\sqrt{3}/2M) \{ (\sigma_1' - \sigma_3') / p \} \cdot \theta \right] \\ E_x^p &= \left[1/3 - (1/\sqrt{3}) \{ p / (\sigma_1' - \sigma_3') \} \right] U^p + \frac{2ME_{xy}^p}{\sqrt{3} \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{p}} \end{aligned}$$

が得られる。ただしひずみ増分を積分する際 $\sin \theta = \theta$ と仮定しているのので $\theta \geq 45^\circ$ では近似度がよくなる。また M は $\frac{\lambda - K}{D(1 + e_0)}$ である。これに数値を入れた例が図-6に示されている。用いた値は $M=1.0$, $(\sigma_1' - \sigma_3')/p = 1/\sqrt{3}$ ($K_0 \approx 0.58$ に対応), $D=0.01$ である。予想以上に大きなひずみが発生しており、興味深く感じられる。

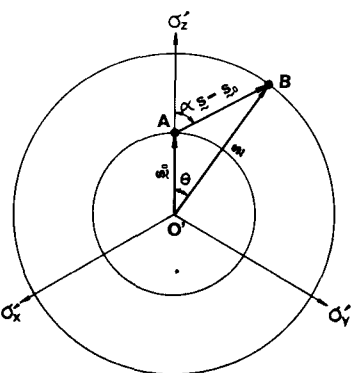


図-3

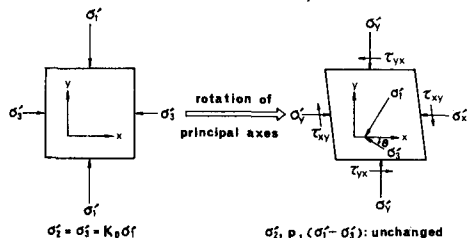


図-4

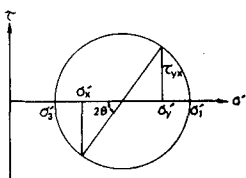


図-5

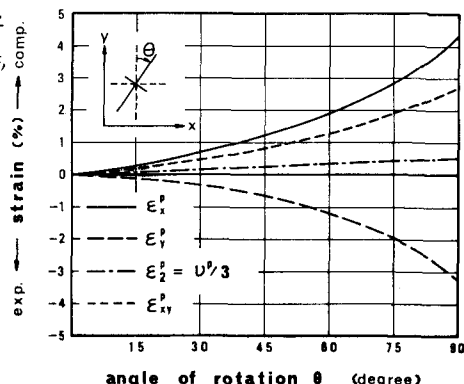


図-6