

1. まえがき

Tergaghi の有効応力の概念は土質力学において、中心的役割をほかにしており、実際の問題に適用するときも、有用な概念である。しかしながら、その物理的意味についての明白な説明が与えられていないのが現状である。Tergaghi は有効応力の定義を土の挙動の2つの面、圧縮性と強度に関するデータを対象として提出した。その後、Rendulic (1937) らを始めとする間げき水圧の測定を基礎として、Bishop (1955)¹⁾ や Skempton (1960)²⁾ によって拡張され今日に到っている。本報告は、混合体の立場よりみか場合、有効応力の概念が物理的に明白に説明されることを示すものである。つり、飽和土と土粒子骨格系と自由水の二相よりなる混合体として取扱った。

2. 二相混合体理論よりみか有効応力

Green & Naghdi³⁾ の混合体理論の立場からみか場合、混合体に働く全応力 t_{ij} は流体相および固相の二相に働く応力の和として(1)式で表される。 $t_{ij} = t_{ij}^f + t_{ij}^s$; 固相, f : 流体相 (1)

飽和した土に等方圧 u が作用すると、 $t_{ij} = u \delta_{ij}$ (2)。さらに、 u が連続であることおよび間げき率 n の連続性を仮定すると、 $t_{ij}^f = nu \delta_{ij}$ (3), $t_{ij}^s = (1-n)u \delta_{ij}$ (4) となる。これは、 u という圧力が水に働けば、その反力として、固相も u という圧力(応力ではない)を受けていることを示している。逆にいえば、土粒子で構成される固相に、 u という圧力が働いても、内部の水が等しい圧力を受けているので、瞬時に力がつりあってしまうのである。したがって、一般の応力状態においては、有効応力は次式で表わされる。ここでは、すでに、水の実質的非圧縮性が仮定

$$t_{ij}' = t_{ij}^s - (1-n)u \delta_{ij} \quad t_{ij}'; \text{有効応力テンソル} \quad (5)$$

されている。この点について考えてみよう、混合体理論におけるエントロピー生成不等式(等温プロセスでは仕事の不等式に等しい)は(6)で与えられる³⁾。

$$\bar{\rho}^s d\bar{\epsilon}^s/dt + \bar{\rho}^f d\bar{\epsilon}^f/dt - \frac{1}{\theta} (\bar{\rho}^s d\bar{\epsilon}^s/dt + \bar{\rho}^f d\bar{\epsilon}^f/dt) + \frac{1}{\theta} (t_{ij}^s u_{ij}^s + t_{ij}^f u_{ij}^f) + \frac{1}{\theta} (\bar{\epsilon}^s + \bar{\epsilon}^f) \frac{1}{\theta} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\theta} \pi_i (v_i^f - v_i^s) \right) \geq 0$$

---(6) ここで $\bar{\rho}^s$; 密度, $\bar{\epsilon}^s$; エントロピー密度, $\bar{\epsilon}^f$; 内部エネルギー密度, $\bar{\epsilon}^s$; 熱流ベクトル, θ ; 温度, π_i ; 相対作用ベクトル, ($\alpha = s$ or f)。 (6)式を (5)と(3)を代入すると、

$$\frac{1}{\theta} (t_{ij}^s u_{ij}^s + t_{ij}^f u_{ij}^f) = nu u_{ij}^f + t_{ij}^s u_{ij}^s + (1-n)u u_{ij}^s \quad (7)$$

非排水条件下では $\bar{\epsilon}_{ss}^s = \bar{\epsilon}_{ss}^f$, つり $u_{ij}^s = u_{ij}^f$ 。したがって、流体が非圧縮であれば $\bar{\epsilon}_{ss}^s = 0$ であるから、(7)の右辺は $(t_{ij}^s u_{ij}^s)$ となり、有効応力による応力仕事のみが、エントロピー生成に帰していることになる。間げき流体が非圧縮の場合、流体は固相の変形に対して拘束力として存在する。この事実が、(5)で水の非圧縮性を仮定しているというのの意味である。これは、赤井・田村⁴⁾ が三次元圧縮の解析において、間げき水圧と体積変化の拘束条件にかかると Lagrange 定数として求めていることにも一致するであろう。この理由から、流体相が圧縮性と考えられる不飽和土においては、(5)は有効とはならない。

仮想的境界条件として、固相に $(1-n)u \delta_{ij}$ が働いていない場合を考えてみると、間げき水が u という圧力を持つている場合、土粒子は不安定となり運動を起すであろう。この意味で $(1-n)u \delta_{ij}$ は自立応力テンソルと呼ばれるべきである。(5)と(3)を(1)に代入すると、Tergaghi の式が求まる。 $t_{ij} = t_{ij}' + u \delta_{ij}$ (8)

3. 有効応力に対する古典的解釈との比較

Skempton²⁾ は Tergaghi の有効応力の一般化を試みた。彼によれば Tergaghi の有効応力は真の有効応力ではなく、ある種の近似である。そして、次の3つの定義が調べられている。

$$(I) \quad \sigma' = \sigma - (1-\alpha)u \quad (9) \quad (II) \quad \sigma' = \sigma - u \quad (10) \quad \sigma'; \text{有効応力}, \alpha; \text{接触面積}, u; \text{間げき水圧}$$

$$(III) \quad \sigma' = \sigma - (1-\alpha_e \tan \psi / \tan \phi') u \quad (\text{せん断強度に對して}) \quad (11)$$

$$\sigma' = \sigma - (1-c_s/c) u \quad (\text{体積変化に對して}) \quad (12)$$

ϕ' ; 土のせん断抵抗角 ϕ ; 土粒子自身のせん断抵抗角 C ; 土の圧縮率, C_s ; 土粒子自身の圧縮率

Skempton はこの3つの式の中で、(Ⅳ) が最も有効であり、(Ⅳ) は土に対してのみ有効であるが、(Ⅰ) は土の挙動を表現するものではないと結論している。このような Skempton による有効応力概念の一般化は、次のような欠点を持つており、本質的に粒子間力その基礎を求めている。

④ せん断強度に対する有効応力の定義と圧縮に対する定義とが異なっている。

⑤ Ⅲ を導くために、接触応力と外力との関係を明らかにするために導入された パラメータ m や β は明確な物理的基礎を持っていない。

⑥ Coulomb の強度方程式を先験的に認めている。

現在までに行われた有効応力に対する考察のほとんどは Skempton の研究に基づいている。^{6), 7), 8)} しかし、上記述べたように、Skempton の理論は制約が強く、不合理である。つまり、粒子間力は土の構成関係に深くかわるものであり、粒子間力と有効応力は本質的に結びつくものではない。むしろ、間隙流体の運動形態に依存するのが有効応力である。たとえば、不飽和土の場合、有効応力式とつかわず、サクションによる粒子間力を応力-ひずみ関係の中に組み入れることを試みる足立、日比谷⁹⁾の研究は不飽和土解析の正しい方向といえるだろう。さらにこの観点よりみれば、Lambe (1960)⁷⁾ が有効応力式の中へ粒子間力である電気力を導入した試みは、本論の論理と矛盾する。

4. 土の構成関係と有効応力の関係

同存在の原理よりみれば、エネルギー関数は(6)で見えように、有効応力を独立変数として持つため、他の構成関係も独立変数として有効応力をとるべきであろう。これに対し、2相とも圧縮性とみなせる場合は、カップリングが、体積変化のみと考えた場合、応力-ひずみ関係は体積変化にかぎり、次のようになる。

$$Z_{kk}^s = Z_{kk}^s(t_{ij}^s, t_{ij}^s, \alpha), \quad Z_{kk}^f = Z_{kk}^f(t_{ij}^s, t_{ij}^f, \alpha) \quad (\alpha; \text{その他の独立変数}) \quad (13)$$

(13) 式に弾性的性質と線形関係を加えると、Biot¹⁰⁾ の多孔質飽和弾性体となる。このように有効応力は、構成関係の変数の選択に深くかわっているものであって、初等的説明にみられる力のつあいだけでは説明不足であるといわねばならないだろう。さらにこのような観点は Bishop の不飽和土の有効応力式などは再検討されねばならないといえる。

5. あとがき

有効応力の概念は平衡状態の土にかぎらず、土の動的挙動をも考察する手段に到っている現在、動的・静的を問わず、有効応力の物理的意味を検討した。その結果、二相混合体として取扱えば、Terzaghi のいう有効応力は、さきめて自然に導かれる概念であることがわかった。公理としては(1) と(2) が要請されるのである。

したがって、Truesdell¹¹⁾ や Müller¹²⁾ の混合体理論では平衡時においてのみ(1) が成立するので、動態時の有効応力は Terzaghi のものと異なってくる。しかしこれは(1) の方が表現が簡素であるといえるべきではない。

6. 謝辞

本研究について御指導くだりた赤井浩一先生ならびに京大土木研奨励の御指導に感謝いたします。

7. 参考文献

- 1) Bishop, A.W. (1955); Norwegian Geotechnical Institute, No. 32 (1960), 1-5p. 2) Skempton, A.W. (1960), Pore Pressure and Suction in soils (1961), 4-16p. 3) 赤井 岡, 北 (1977), 才12回土質工学研究発表会講演集, No. 121, pp. 473~476. 4) Green & Naghdi (1968), Int. J. Engng. Sci. Vol. 6, pp. 631-635. 5) 赤井, 田村 (1976) 京大防災年報才19号 B-2 pp. 15~29. 6) Scott, R.F. (1963) Principle of Soil Mechanics D. Lambe, T.W. & Whitman (1969), Soil Mechanics pp. 241-250. 7) Mitchell, J.K. (1976) Fundamental of Soil Behavior, pp. 186-196. 8) 足立, 日比谷 (1975), 才30回土木学会年次学術講演会講演集 III-114, pp. 223~224. 9) Biot, M.A. (1962), J. Appl. phys., Vol. 33, pp. 1492-1499. 10) Truesdell, C. (1966), Rational Thermodynamics 12) Müller, I. (1968), Arch. Rat. Mech. Anal. Vol. 28, pp. 1-29.