

III-39 粒状体の力学現象に対するエネルギー的考察

京都大学防災研究所 正員 北村良介
同 上 正員 足立忠尚

1. 概要

土の構成関係を明らかにしていく場合、微視的、巨視的、いずれの立場に立ってもエネルギーは重要な役割を果たしている。筆者の一人、北村はマルコフ過程を粒状体に適用し、構成関係を明らかにするための力学モデルを提案しており、その中でもエネルギーを用いている。今回の報告では粒状体の力学現象における熱力学の第1法則の意味を考え、エネルギーという量が微視的、あるいは巨視的のアプローチにおいてどのような役割をもっているのかということを簡単に述べ、最後に試作三軸装置による実験結果を示している。

2. 熱力学の第1法則(エネルギー保存則)

エネルギー保存則は次式であらわされる。

$$\Delta U = Q + W_{ex} \quad (1)$$

ここに、 ΔU : 系の内部エネルギーの増分、 Q : 系の外からうけた熱量、
 W_{ex} : 外から系になされた仕事。

系の変化が断熱過程であるとすれば、 $Q=0$ であり、(1)式は次のようになる。

$$\Delta U = W_{ex} \quad (1')$$

一方、力学系において、単位体積当りの外からなされた仕事増分 ΔW_{ex} は次式であらわされる。

$$\Delta W_{ex} = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (2)$$

ここに、 σ_{ij} : 応力、 $d\epsilon_{ij}$: ひずみ増分

(2)式であらわされる外からなされた仕事増分 ΔW_{ex} が粒状体の内部でどのように配分されているか、いいかえれば内部エネルギーの増分の内容を考えてみることにする。砂質土のような粒状体に対しては、集合体としての材料を剛塑性体、あるいは弾塑性体と仮定することが多く、前者の場合には ΔW_{ex} は内部での塑性仕事増分 ΔW_{in}^p と等しくなり、後者の場合には弾性仕事増分 ΔW_{in}^e と塑性仕事増分 ΔW_{in}^p の和に等しくなる。すなわち、

$$\text{剛塑性体の場合: } \Delta W_{ex} = \Delta W_{in}^p \quad (3), \quad \text{弾塑性体の場合: } \Delta W_{ex} = \Delta W_{in}^e + \Delta W_{in}^p \quad (4)$$

(3)、(4)式における右辺 ΔW_{in} の内部機構を解析していこうとする立場を粒状体に対する微視的アプローチ、また左辺 ΔW_{ex} をもとに解析していこうとする立場を巨視的アプローチと呼ぶことにする。

3. 微視的、および巨視的アプローチ

微視的アプローチ: 北村は粒状体を構成する個々の粒子の運動に着目し、ポテンシャル障壁の概念を利用して次式を導いている。¹⁾

$$N_{c1} = \frac{2 \cdot \Delta W - \sum_{p=1}^n \{ (R_{p,p} + 1) / (2 R_{p,p}) \cdot \tau_{p,p} \cdot \tau_{p,2} \}}{\sum_{p=1}^n \{ \omega(\beta, \alpha) \cdot d\beta \cdot \tau_{p,2} \cdot \{ 2 - (R_{p,p} + 1)^2 / (2 R_{p,p}) \} \}} \quad (5)$$

(5)式は(ポテンシャル障壁を越える接点数) = $(\Delta W_{in}^e - \Delta W_{in}^p) / (\text{単位接点当りのポテンシャル障壁の平均})$ ということであらわしており、粒状体の状態の変化による ΔW_{in} が何らかの形で予測できれば粒状体内部での粒子の運動が解明され、必然的に構成関係が導かれる。

ところで、(3)、(4)式における等号は厳密には成立せず、右辺については熱的な要素なども考慮する必要がある。しかし、実際の実験においては内部での仕事増分 ΔW_{in} を直接測定することは不可能であり、(3)、(4)式が近似的に成立するものとして、微視的アプローチにおいても ΔW_{ex} をもとに解析を行っている。

巨視的アプローチ: 粒状体に対する巨視的アプローチは粒状本と連続本とみなし、塑性論における plastic

potential, flow ruleなどを用いて構成関係を導く手法が一般的である。plastic potentialはヒズミ硬化パラメータを含み、さらにヒズミ硬化パラメータは塑性仕事 W_{ex}^p と密接な関係がある。Ladeらは一般応力状態(0≠ σ_1 時)が可能な三軸装置を用いた一連の砂の実験を行い、塑性仕事 W_{ex}^p と応力比 $f = I_3/I_1$ (I_1, I_3 は各々応力の1次, 3次の不変量)との間に次式で示す双曲線関係が存在することを示し、 W_{ex}^p を用いてヒズミ硬化パラメータを求めている。²⁾

$$f - f_0 = \frac{W_{ex}^p}{a + d \cdot W_{ex}^p} \quad (6)$$

ここに、 a, d, f_0 は定数。

また、諸氏は W_{ex}^p にかわるものとして次式で示す N_{ex} というパラメータを提案している。³⁾

$$N_{ex} = \int \frac{dW_{ex}^p}{p} \quad (7)$$

ここに、 p は平均主応力、 W_{ex}^p は W_{ex}^p に対応する量。

以上、3節で述べてきたように微視的、巨視的、いずれのアプローチにおいても構成関係を明らかにしていく上でエネルギーという量が非常に重要な量であることがわかる。

4. 実験装置、手順および結果

試作三軸装置は通常の三軸装置のヤテスナルとキャップを取り換えることにより直径5cm, 10cm, 高さ10cmの内筒供試体, および一辺10cmの立方体供試体で実験を行うことができるようになっている。また、立方体供試体については相対する2面に剛板をとりつけることにより一般応力状態を作ることが可能になっている。用いた試料は豊洲標準砂であり、等方圧縮の後、ヒズミ制御(0.05%/min), 側圧一定のもとで排水圧縮試験を行っている。図-1は直径10cmの内筒供試体によるくり返し圧縮試験結果を主応力比 σ_1/σ_3 (σ_3 , σ_1 は各々軸圧, 側圧)と主ヒズミ ϵ_a (軸ヒズミ), ϵ_r (側圧ヒズミ)の関係で整理したものである。○印は側圧3kg/cm², 初期側圧ヒズミ比0.645, ●印は側圧4kg/cm², 初期側圧ヒズミ比0.671のものである。これらの実験データをもとにLadeらの提案している関係式(6)式を検討するために $f - f_0/W_{ex}^p$ と W_{ex}^p との関係で整理したものが図-2に示されている。ただし、ここでは f_0 として等方応力状態での f (=27)をとっている。図より $f - f_0/W_{ex}^p$ と W_{ex}^p の両にはおおよそ直線関係が存在するようであり、 W_{ex}^p と f との間には双曲線関係が存在すると考えてもよいようである。上記の関係が成立すれば、(5)式における ΔW はある応力状態と関係づけられ、したがって N_{ex} は応力の関数としてあらわされる。一方、 N_{ex} を用いてヒズミ増分の計算が可能であり、 ΔW を媒体として応力ヒズミ関係が求まる。すなわち、微視的アプローチにおいて、(6)式が成立すれば北村の提案している粒状体の力学モデルを用いた数値実験を行うことがより簡単になり、実際の材料を用いた実験結果と比較することにFり、モデルに用いている仮定を検討することができ、さらには構成関係の予測が可能になる。このように ΔW_{ex} は、北村のモデルにおいて重要な意味をもつ量であり、今後は試作三軸装置を用いた種々の実験と数値実験を平行して行うことにより、モデルをより実際の粒状体に近いものにした다고考えている。

(参考文献)

- 1) 北村良介(1977): 確率過程を用いた粒状体の力学モデル, 第12回工質工学研究発表会, PP239-242
- 2) Lade, P.V. and J. M. Duncan (1975): Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesive Soil, ASCE, 6710. PP1037-1053
- 3) Moroto, M. (1976): A New parameter of Measure degree of shear Deformation of Granular Material in Triaxial Compression Tests S. and. R. Vol. 16. No 4, PP1-9