

1. はじめに 沈澱池への流入水の水量および水質が時間的に変動している場合に、その流出水濃度の変動を予測することは相当困難である。その理由として、流入水の水量と水質のそれぞれの変動周期が必ずしも一致しないことや、池内流動状態が複雑なこと、あるいは沈殿物の再浮上が存在すること等が挙げられよう。しかし、所期の処理水質を維持する為には沈澱池流出水の非定常な濃度予測は水処理施設の操作に不可欠な作業と思われる。前回はグレイ・ボックス程度ではあるが、非定常拡散方程式の集中化によって誘導した、いわゆる物理モデルを用いて沈澱池流出水の浮遊物質濃度を予測することを試みた。そして、モデル中の物理パラメータであるHazen数と含田数とを的確に推定することにより、かなり微妙な流出水濃度の変動をも予測し得ることを示した。今回は、前回の物理モデルに対して、いわゆるブラック・ボックス・モデルを用いて沈澱池流出水の浮遊物質濃度を予測した。そして、予測結果とその問題点について検討を加えた。ただし、安易なブラック・ボックス・モデルの使用に陥ることなく、現象の把握に基づいた物理モデルを得るという真摯な努力は絶えずなされるべきものと思われる。

2. 数式モデル 沈澱池に対しては、既に、物理モデルを得ているが、今回はそれとの対比という意味で、敢えてブラック・ボックス・モデルを使用した。一般に沈澱池に対して得られるデータは、せいぜい流入水濃度 C_{IN} と流入水流量 Q_{IN} と流出水濃度 C_{OUT} 程度である。従って、入手可能なデータに基づいた入出力関係として、 $C_{OUT} = f(C_{IN}, Q_{IN})$ が考えられる。沈澱池はある容量を有し、流量および濃度のそれぞれの時間変化に対して慣性要素となっているから、 C_{OUT} は過去から現在までの C_{IN} および Q_{IN} の影響を受けているものと考えられる。そこで、モデルが未知パラメータの線形結合で与えられる線形モデルと仮定するならば、Eq.(1)を沈澱池のモデル式とすることができ

$$y(k) = \sum_{i=1}^n \phi_i \cdot x(k-i) = \left(\sum_{i=1}^n \phi_i \cdot z^{-i} \right) \cdot x(k) \quad \text{----- (1)}$$

る。ただし、 $y(k)$ は出力(C_{OUT})、 $x(k)$ は入力(C_{IN} , Q_{IN})で、 ϕ_i は荷重関数である。また、 z^{-1} は単位時間おくれ作用素であり、入出力の引数は時刻を示す。実用上は、モデルを必要以上に精密化したり複雑化するよりも可能な限り簡素化するべきであるから、利用可能なデータに関しては、Eq.(1)のごとき線形モデルで十分であろう。

3. 予測の方法 過去 n 個の入力時系列データを用いて予測するとする(Eq.(1)の項数を n とする)。ここで、便宜上、改めて入力 $\bar{x}(k)$ 、出力 $\bar{y}(k)$ および荷重関数 $\Phi(k)$ をそれぞれ次のEq.(2), Eq.(3), Eq.(4)のように定義する。そ

$$\bar{x}^T(k) = [x^T(k), x^T(k-1), \dots, x^T(k-n+1)] \quad \text{----- (2)},$$

$$\bar{y}^T(k) = [y(k+1), y(k+2), \dots, y(k)] \quad \text{----- (3)},$$

$$\Phi^T(k) = [\phi_1^T(k), \phi_2^T(k), \dots, \phi_n^T(k)] \quad \text{----- (4)},$$

$$\bar{y}(k) = W(k) \cdot \Phi(k) \quad \text{----- (5)},$$

$$W(k) = \begin{bmatrix} x^T(n), x^T(n-1), \dots, x^T(1) \\ x^T(n+1), x^T(n), \dots, x^T(2) \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ x^T(k-1), x^T(k-2), \dots, x^T(k-n) \end{bmatrix} \quad \text{----- (6)}$$

うすれば、Eq.(1)よりEq.(5)が導かれる。ただし、 $W(k)$ はEq.(6)で定義される入力マトリックスである。Eq.(1)あるいはEq.(5)で示される沈澱池モデルは荷重関数すなわち未知パラメータ $\Phi(k)$ が不確定性要素として含まれている。そこで、沈澱池の入口および出口で実測された入出力データをモデル式に代入した際に、方程式誤差の2乗を最小と

するような、最小2乗推定により、 $\hat{\Phi}$ を推定し、モデルを確定化する。このとき、荷重関数 $\hat{\Phi}(k)$ の推定値 $\hat{\Phi}(k)$ は

$$\hat{\Phi}(k) = [W^T(k)W(k)]^{-1}W^T(k)y(k) \quad \text{----- (7)}$$

$E_g(7)$ で与えられる。ただし、 $E_g(7)$ のままでは数値計算上不便なので、次の $E_g(8)$ 、 $E_g(9)$ 、 $E_g(10)$ のような繰返し関係の式に書き改める。 $E_g(10)$ の $\hat{y}(k)$ は $y(k)$ の予測値であり、 $S(k) = [W^T(k)W(k)]^{-1}$ である。また、 $y(k) = C_{OUT}(k)$,

$$\hat{\Phi}(k) = \hat{\Phi}(k-1) + S(k-1)\bar{x}(k-1)[1 + \bar{x}^T(k-1)S(k-1)\bar{x}(k-1)]^{-1} \cdot [y(k) - \bar{x}^T(k-1)\hat{\Phi}(k-1)] \quad \text{----- (8)}$$

$$S(k) = S(k-1) - S(k-1)\bar{x}(k-1)[1 + \bar{x}^T(k-1)S(k-1)\bar{x}(k-1)]^{-1} \bar{x}^T(k-1)S(k-1) \quad \text{----- (9)}$$

$$\hat{y}(k+1) = \bar{x}^T(k)\hat{\Phi}(k) \quad \text{----- (10)}$$

$x^T(k) = [Q_{IN}(k), C_{IN}(k)]$, $\Phi^T(k) = [\phi_{11}(k), \phi_{21}(k)]$ である。 $\hat{\Phi}(k)$ の推定と $\hat{y}(k+1)$ の予測のアルゴリズムは次のようになる。① 新しく得た入出力データ $[y(k), x(k)]$ を用い、 $E_g(8)$ で $\hat{\Phi}(k)$ を計算する(計算開始時には n 個の入出力時系列を用いて、 $W(k)$ により $S(k)$ と $\hat{\Phi}(k)$ とを計算する)。② 次のステップの為に $E_g(9)$ により $S(k)$ を計算する。

③ $E_g(2)$ で定義される $\bar{x}(k-1)$ から一番古い入力データ $x(k-n)$ を除き、新しく得た $x(k)$ を加え、 $\bar{x}(k)$ を構成する。④ $E_g(10)$ を用いて $y(k+1)$ の予測値 $\hat{y}(k+1)$ を求める。以上の①～④を繰返し濃度予測を行なう。

4. 予測の実例 本予測法の実用性を処理場の現場データを用いて検討した。対象沈澱池は京都市南部のB下水処理場の最初沈澱池で、実測データは夏季に24時間連続測定されたものである。このときのSS平均除去率は約62%, 平均Hazen数 $P \approx 4$, 平均停留数 $\bar{t} \approx 0.6$ であった。予測計算は $n=1 \sim 5$ の5つの場合について試みたが、それぞれ異なった結果を得た。予測誤差については最小が $n=2$ の場合、最大が $n=5$ の場合であった。Fig.1は流出水濃度について、実測値と $n=2$ の場合の予測値とを比較したものである。実測値に対する相対予測誤差はほぼ数%以内であるが、同一データについて、物理モデルと前回発表の予測法とで行なった予測結果の方が精度は良かった。Fig.2は $n=2$ の場合に推定した荷重関数 $\hat{\Phi}(k)$ の経時変化を示している。その特徴は Q_{IN} と C_{IN} の別なく同一時刻にサンプリングされた入力の荷重関数の変動パターンに類似性の見られることである(ϕ_{11} と ϕ_{21} とは類似の変動パターンを示し、 ϕ_{12} と ϕ_{22} とも類似の変動パターンを示す)。しかし、 n (すなわちモデル構造)のとり方に任意性を含み、その結果、得られた流出水濃度の予測値もかなり異なってくるようである。

Fig. 1

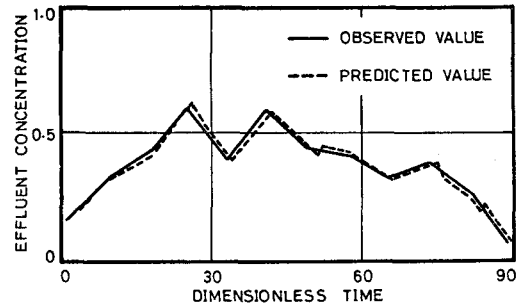


Fig. 2

