

九州大学工学部 正会員 粟谷陽一  
九州大学工学部 学生員 土谷 武

### 1. まえがき

表面張力が再曝気速度に影響を及ぼすとして再曝気速度の式が種々提出されている。代表的な式として Dobbins<sup>1</sup> および Levich<sup>2</sup> の式があるが、両者は相異した理論から次に示す様な同一の式を導いている。

$$K_L = \text{Const. } \cdot \varepsilon^{\frac{2}{3}} \nu^{\frac{2}{3}} D_m^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}} \sigma^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

本論文は、再曝気速度に及ぼす表面張力の影響を検討するために、実験水に界面活性剤を投入し本表面条件を変化させて再曝気速度を測定し、その結果から得られた知見を報告する。

### 2. 実験装置と実験方法

本実験では、水道水および界面活性剤としてラウリル硫酸ナトリウム(SDS)を使用し、対象水の表面張力値は表面張力波法から求めた。水槽底部に4枚羽根4組を設置し、それを回転させて曝気を行い、溶存酸素計で再曝気速度を測定した。脱酸素には窒素ガスを使用した。(図-1 参照)

### 3. 実験結果

図-2は表面張力値とSDS濃度との関係図である。表面張力はSDS濃度 $1.0 \times 10^{-4}$ モル濃度付近まで急激に低下し、その後は徐々に低下した。図-3は再曝気速度とSDS濃度との関係図である。再曝気速度はSDS濃度 $1.0 \times 10^{-4}$ モル濃度付近で最小値を示し、その後は徐々に増加した。図-4は図-2および図-3から再曝気速度と表面張力との関係を求めたものである。再曝気速度は表面張力 $45 \text{ dyne/cm}$ 付近までは低下し、表面張力がそれ以下になると逆に増加した。

### 4. 結果の検討

表面張力説による(1)式では、再曝気速度は表面張力の $-\frac{1}{2}$ 乗に比例しているので、表面張力の低下に従って増加するはずであるが、図-1はそれと相異した結果を示している。また、水表面に形成された界面活性剤膜が酸素の分子拡散を阻害したために再曝気速度が低下したと考ふられるが、高濃度領域における上昇を説明出来ない。

我々は表面伸縮の結果生じる表面での活性剤の濃度変化に起因する表面張力変化が再曝気速度に影響を及ぼすと考えた。表面近傍での活性剤の拡散方程式および界面濃度の保存式からこれを周期運動として、表面伸縮速度を  $\frac{dH}{dt} = \alpha \cdot C^{1/2}$  および表面張力を  $\sigma = 6.1 \times 10^{-3} \text{ dyne/cm}$  とおくと、

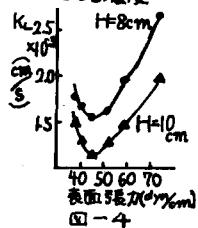
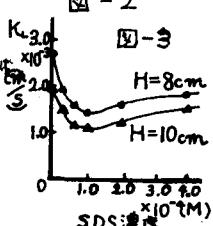
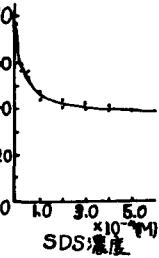
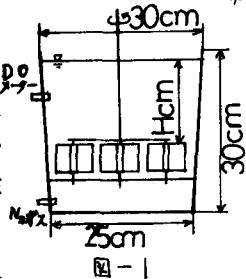
$$\Delta \sigma = \frac{\sqrt{w_0}}{w(w + \sqrt{w_0})} - \left( w + \sqrt{w_0} \right)^{-1} \cdot S_0 \frac{d\sigma}{ds} \propto \alpha \quad \text{ただし, } w_0 = \frac{D_0}{(\frac{dH}{dt})^2} \quad (2)$$

界面活性剤が乱れの周期よりも十分はやく流体内部から表面に補給される場合は  $w \ll w_0$  とおける。更に、Gibbsの吸着式を用いると(2)式は次式となる。

$$\Delta \sigma = \frac{1}{\sqrt{2w_0}} \cdot \frac{1}{RT} \cdot C_0 \left( \frac{d\sigma}{ds} \right)^2 (1 - \frac{1}{s}) \alpha \quad (3)$$

ここで、周期運動とした表面近傍のflow patternを Stokes 流として、Lamont<sup>5</sup> の Eddy Cell Model を適用して求めた。

鉛直流速  $v_z$  やおよび水平流速  $v_x$  の一般解は次の様になる。(水表面を  $x$  軸とし、 $y$  軸を下向きに設定する。)



$$U = \{ A \cosh ny + B \sinh ny + ny(C \cosh ny + D \sinh ny) \} \cosh nx \cdot e^{inx} \quad (4)$$

$$U = \{ A \sinh ny - B \cosh ny + C(ny \sinh ny - \cosh ny) - D(\sinh ny + ny \cosh ny) \} \sin nx \cdot e^{inx}$$

ただし、 $n = \frac{\pi}{a}$ 。境界条件を以下の様に設定する。

$$y=0 \text{において}, \quad U=0, \quad \bar{U} = -\mu \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} = e^{inx} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \quad (5)$$

$$y=a \text{において}, \quad U=-v_0 e^{inx} \cos nx, \quad U=0$$

(3), (4), (5)式より定数A, B, C, Dを決定した。ここでは、B+Cのみの計算結果を示す。

$$B+C = \frac{v_0 \pi \sinh \pi}{\sinh \pi \cosh \pi - \pi(\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) - M \cdot X (1-i)(\pi^2 (\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) - \sinh^2 \pi)} \quad (6)$$

ただし、 $X = C_0 \frac{(d\theta)}{dc}^2$ ,  $M = \frac{1}{\sqrt{2} w D_0} \cdot \frac{1}{RT} \cdot \frac{m}{\mu}$ である。 $X$ 値は図-2の実験結果から容易に求まる(図-5参照)

Lamont の model は定常流を仮定しているので、酸素吸収に関してはこの場合適用し難い。しかし、周期的な流れでは酸素吸収を説明出来ないのは自明である。それで、最小渦の寿命時間と  $\tau_{mix}$  として、時間的には randomな運動にあきえ、King の理論を用いて再曝気速度を求めた。流速分布として、(4), (6)式を仮定すると、

濃度境界層は極めて薄いので  $y$  を十分小さいとするとき直方向平均乱れ強度は次式となる。

$$|\bar{U}| \approx \frac{|B+C|}{2} ny$$

(7)

鉛直方向混合距離  $\lambda$  は

$$\lambda \approx |\bar{U}| \cdot \tau_{mix} \approx \frac{|B+C|}{2} ny \tau_{mix}$$

(8)

となるから、水流拡散係数  $D_L$  は

$$D_L \approx \frac{|B+C|^2}{4} n^2 y^2 \tau_{mix}$$

(9)

となる。これから、再曝気速度  $K_L$  を求めると次の様になる。

$$K_L = \frac{1}{\int_0^a \frac{1}{D_L + D_T} dy} \approx \frac{1}{\lambda} |B+C| \sqrt{\frac{D_L}{\omega}} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{D_L}{\omega}} \frac{v_0 \pi \sinh \pi}{\sqrt{[\sinh \pi \cosh \pi - \pi(\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) + \frac{1}{2} \pi^2 (\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) M \cdot X]^2 + [\frac{1}{2} \pi^2 (\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) M \cdot X] H \cdot X^2}}$$

ここで、 $X=0$  すなわち clean water の場合の再曝気速度を  $K_{L0}$  とすると、(10)式より

$$\frac{K_L}{K_{L0}} = \frac{\sinh \pi \cosh \pi - \pi(\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi)}{\sqrt{[\sinh \pi \cosh \pi - \pi(\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) + \frac{1}{2} \pi^2 (\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) M \cdot X]^2 + [\frac{1}{2} \pi^2 (\sinh^2 \pi + \cosh^2 \pi) M \cdot X] H \cdot X^2}} \quad (11)$$

となる。ここで、実測による値を含む様に  $M=0.158 \times 10^{-6}$  とおき

みると、図-6の様な結果が得られた。以上のことから、再曝気速度は界面活性剤が存在する場合、表面伸縮の結果生じる表面張力の変化の影響を顕著に受けると考えられる。clean water の場合は表面張力は常に一定なので、再曝気速度は表面張力の影響を受けないことになる。今後は界面活性剤が存在する場合の表面の挙動について詳細に検討したい。

E: 消散率,  $\nu$ : 動粘性係数,  $D_m$ : 酸素の分子拡散係数,  $\mu$ : 粘性係数

$\rho$ : 水の密度,  $S_0$ : 活性剤の面濃度,  $D_0$ : 活性剤の分子拡散係数

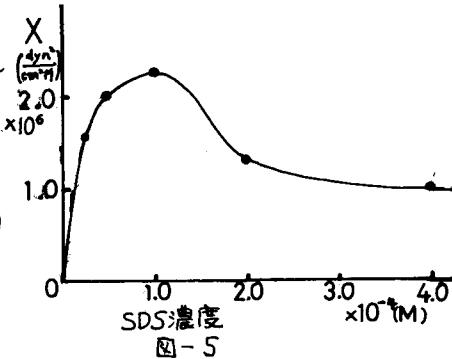
$C_0$ : 活性剤の内部濃度,  $R$ : 気体定数,  $T$ : 絶対温度,  $\tau$ : セン断力

## 5. 参考文献

D Dobbins, W.E.: ASCE, P53-78, SA3, 1964 2) Levich, V.G.; Physicochemical Hydrodynamics, Prentice Hall, P689-692, 1962

3) 再曝気係数に及ぼす表面張力の影響 51年度西部学会講演集 4) 日本化学会編 実験化学講座7界面化学 P35-36

5) Lamont and Scott, AIChE J., P513-519, 1968 6) King, C. J., Ind. Eng. Chem. Fundamentals, 5, 1, 1966



(7)

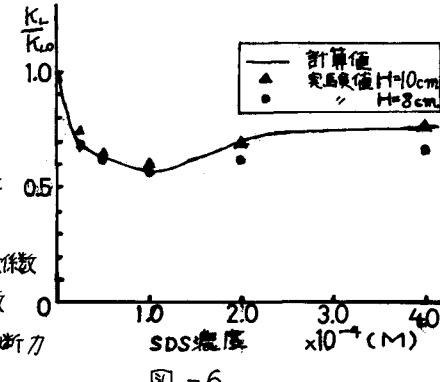


図-6