

1. はじめに

水中を落下する物体が横ゆれを生じるという事実は、古くは Newton により確認されており、最近の Lunnon¹⁾ や Barker²⁾ の球を用いた実験によれば、底部での着底位置のちらばりは球の直径の10倍程度で、横ゆれの振幅は直径程度であると述べている。一方、理化学研究所では円筒形物体を対象とし、また箭内³⁾は砂礫を用いた実験より着底範囲は落水水深と砂礫の平均粒径の積の平方根に比例することを導いている。

ここでは、流体中での沈降物体の挙動解明の一環として、物体の静水中での落下挙動と着底分布に及ぼす物体形状、大きさ、比重、および落下方法の効果について水理実験を行ない、理論的な検討を加えた。

2. 実験の方法

落下実験は、幅2m、奥行2m、高さ4mの前面と背面がガラス張り、内部に上下方向に移動する中底をもった水槽内で実施した。落下物体の形状は円筒形と球形を対象とし、それぞれの寸法、比重は表-1のようである。水槽内への物体の落下は水面で物体を静止させる落下装置により、水槽内の中底の中央点を目標にして1個づつ個別に実施した。

一方、物体の落下挙動は水槽の前面約4m地点より、ガラス面を通して連続撮影することで解析した。また、物体の着底位置のちらばりは、同一性状の物体を個別に落下させそれぞれの物体が着底した位置を計測することを繰返し、総計300個の着底位置の標準偏差より評価した。

3. 実験的検討

(a) 円筒形物体の落下挙動

表-1の円筒形物体を用いて行った実験より、静水中を落下する物体は図-1に示すような横ゆれ挙動を示し、横ゆれの波長と振幅は表-2のようになる。その結果、横ゆれは比較的周期的であるが、落下方向は個々により異なる。また、波長と振幅はそれぞれ物体の長さの15倍と1/2倍程度である。

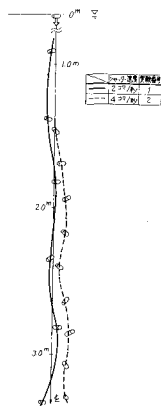


図1: 静水中での落下挙動
(直径38mm、長さ27mm、比重1.6の円筒形物体)

(b) 円筒形および球形物体の着底分布

円筒形物体が中底上のx, y軸方向の長さ5cm当りに落下した個数分布例を図-2に示す。

なお、x軸は南北方向で北を正、y軸は東西方向で西を正にし、中底中心点を原点とする。また、円筒形および球形物体のx, y軸方向着底分布の平均標準偏差と落水水深を物体の長さで無次元化し図-3に示す。図中の破線は箭内の結果を今回の実験条件に合わせたもので、●印は理化学研の結果である。その結果、円筒形や球形物体の着底分布標準偏差は、物体の比重や落下方法に関係せず、落水水深と物体の長さの積の平方根に比例し、理化学研の結果ともよく合う。しかし、着底範囲は箭内の結果より著しく狭くなり、また球形物体では円筒形より小さい。これは箭内の実験が形状の一樣でない砂礫で行はわれ、今回は形状を一樣にしたためと見られる。

4. 理論的検討

表-1: 落下物体の寸法と比重

形状	分類	寸法(mm)	比重
円筒形	モルタル製	φ38×57	1.6
	アルミウム製	φ38×57	2.75
	モルタル製	φ18×27	1.6
	アルミウム製	φ18×27	2.75
球形	ガラス球	φ24.7	2.62
	ゴルフボール	φ41.0	1.25

表-2: 静水中での横ゆれの波長と振幅(円筒形物体)

実験番号	1. 長さ(cm)	2. 直径(cm)	3. 落下方法	4. 波長(cm)	5. 振幅(cm)	6. 備考
1	13.0	2.8	横	5.7	24.4	0.49 モルタル
2	11.0	3.4	横	5.7	19.8	0.60 モルタル
3	9.0	4.0	横	5.7	16.0	0.70 モルタル
4	8.0	2.5	横	5.7	15.4	0.46 モルタル
5	7.0	1.6	横	5.7	13.9	0.28 モルタル
6	15.0	4.6	縦	5.7	26.8	0.81 モルタル
7	8.0	3.0	縦	5.7	15.4	0.53 モルタル
8	9.0	2.8	縦	5.7	14.2	0.49 モルタル
9	9.0	3.1	縦	5.7	16.7	0.58 モルタル
10*	13.0	4.4	縦	5.7	23.4	0.77 モルタル
11*	13.0	3.1	縦	5.7	23.4	0.58 モルタル
12*	13.0	3.1	縦	5.7	23.4	0.58 モルタル
13*	13.0	3.1	縦	5.7	23.4	0.58 モルタル
14*	13.0	3.1	縦	5.7	23.4	0.58 モルタル
15*	13.0	3.1	縦	5.7	23.4	0.58 モルタル
101	85.0	3.0	横	5.7	14.9	0.53 モルタル
102	63.0	2.0	横	5.7	11.1	0.35 モルタル
103	71.0	2.0	横	5.7	12.5	0.35 アルミ
104	75.0	1.0	横	5.7	13.2	0.16 アルミ
105	91.0	2.0	縦	5.7	16.0	0.35 モルタル
106	75.0	3.0	縦	5.7	13.2	0.53 アルミ
107	48.0	3.0	縦	5.7	8.4	0.53 モルタル
108	81.0	3.0	縦	5.7	14.2	0.53 アルミ
109	52.0	1.0	縦	2.7	19.3	0.37 モルタル
110	54.0	1.0	縦	2.7	20.0	0.37 モルタル
111	37.0	1.5	横	2.7	13.7	0.76 モルタル

*: 複数個を同時に落下させた場合の結果

落下中の物体にはカルマン渦などによる側圧が作用し、横ゆれを生じると考えられる。そのため、落下方向と直角は向きを対する物体に作用する力のつり合いは、つぎようになる。

$$m \ddot{y} + a \dot{y} = \sum_{i=1}^n F_i \sin(\omega_i t) \quad \dots\dots (1)$$

ただし、 m は落下物体の質量、 $a = \frac{C_D}{2} \rho A |\dot{y}|$ 、 $\omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$ 、 $t = \frac{h}{u}$ 、 $F_i \sin(\omega_i t)$ は物体に作用する周期 T_i の時刻 t での側圧、 C_D は物体側面への抵抗係数、 ρ は流体の密度、 A は物体の側面積、 u は落下速度、 T_i は側圧の作用周期、 h は落下水深である。

さて、(1)式において実験結果を考慮して $n=1$ 、 $a=-$ 一定とし、初期条件を $y(0)=y_0$ 、 $\dot{y}(0)=\dot{y}_0$ とし解けば、

$$y(t) = y_0 + \frac{m}{a} \dot{y}_0 + \frac{F_1}{a \omega_1} - \frac{F_1}{m} \frac{1}{\omega_1^2 + (a/m)^2} \{ \sin(\omega_1 t) + \frac{a}{m \omega_1} \cos(\omega_1 t) \} - \frac{m}{a} \{ \dot{y}_0 + \frac{a \omega_1 F_1}{m} \frac{1}{\omega_1^2 + (a/m)^2} \} e^{-\frac{a}{m} t} \quad \dots\dots (2)$$

となる。一方、表-2の実験結果にもとづき、長さ5.7cm、比重1.6の円筒形物体に対して、(2)式の係数の値を推定すると、 $m=100g$ 、 $a=50g/sec$ 、 $\omega_1=5/sec$ 、 $F_1=2 \times 10^{-4} g \cdot cm/sec$ となり、 $|\frac{a}{m}| \ll |\omega_1|$ と考えられる。そのため、個々の落下における y_0 、 $\dot{y}_0$ 、 ω_1 、 F_1 の大きさや作用方向の変動性を考慮し、多数個に対して $E[y_0]=0$ 、 $E[\dot{y}_0]=0$ とすれば、(2)式の落下数での平均は $E[y(t)]=0$ となり、多数個の物体の平均着底位置は落下目標点と一致する。また $\frac{a}{m} \frac{h}{u} \ll 1$ の場合、 $E[y(t)] = \overline{y(t)} = E[y_0] + E[2y_0(\dot{y}_0 + \frac{F_1}{m \omega_1})] \frac{h}{u}$ となり、 $\frac{a}{m} \frac{h}{u} \gg 1$ では、 $E[y(t)] = \overline{y(t)} = E[\{y_0 + \frac{m}{a}(\dot{y}_0 + \frac{F_1}{m \omega_1})\}^2]$ となる。すなわち、落下水深が浅い場合には、物体の着底標準偏差は落下水深の平方根に比例し、深い場合には、落下水深に関係しないことが示される。なお、前述の推定より $\frac{a}{m} \frac{h}{u} \leq 1$ であり、今回の実験は落下水深が浅い場合に匹敵し、図-3では標準偏差と水深の平方根が直線となっている。

また、落下水深と着底標準偏差の関係より、円筒形物体の着底位置のちらばりに対する拡散係数を導き、拡散方程式の解析より、 y 軸方向の単位長さ当たりの着底数を求めると

$$M_y = \frac{4 \cdot N}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot d \cdot h}} \cdot \exp\left(-\frac{8 \cdot y^2}{d \cdot h}\right) \quad \dots\dots (3)$$

となる。ここで、 N は円筒形物体の落下総数、 d は円筒形物体の長さである。なお、 x 軸方向に対しても同様であり、図-2中の太い実線は(3)式の結果である。その結果、実験結果と(3)式はよく合い、 N 個の円筒形物体を個別に落下させた場合、 $N-1$ 個の物体の着底位置を内包する円の半径は、 $l = \sqrt{d \cdot h} \cdot L / \sqrt{2}$ (ただし、 L は $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$) で表わされ、水深や物体が大きく、落下総数が多くなれば、着底範囲が広がることが示される。

5. 結論と今後の研究方針

以上述べたように、静水中での落下物体の挙動と着底分布は、物体の形状、大きさ、および落下水深に大きく依存することがわかった。そのため、今後はさらに落下水深の深い場合の実験を行なうとともに、流水中での落下挙動や着底分布をも検討する。

- ★ 参考文献 1) Lunnion, R. G., "Fluid Resistance to Moving Spheres," Pro. Royal Soc. London, Vol. 118A, 1928, 2) Barker, D. H., "The effect of shape and density on the free settling rates of particles at high Reynolds numbers," Ph. D. thesis, 1951, Univ. of Utah, 3) 佐々木, 他, "海洋投棄用放射性廃棄物容器に関する研究," 日本海洋学会論文集, Vol. 20, No. 4, 1954, 4) 筒内寛治, "砂および鉛の水中落下の散らばりに関する研究," 土木学会論文集, No. 69, 1960

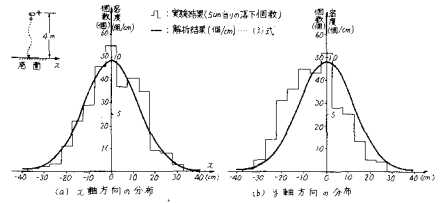


図-2 静水中での着底位置(合計300個)
(直径38mm、長さ57mm、比重1.6の円筒形物体)

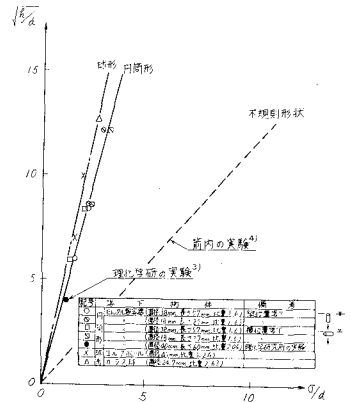


図-3 静水中での着底位置の散乱特性
(d: 落下距離, d/h: 落下物体の長さ, d/h: 着底位置の標準偏差)