

山梨県庁 正員 小池一男
山梨大学 正員 荻原能男

1 はじめに 水撃圧の解析において現在未解決の研究課題の一つとしてキャビテーションの発生する負圧領域の水撃現象がある。この現象を考慮した計算方法には水柱分離理論¹⁾、波速変化理論²⁾の二方法が現在提案されている。しかしながら、両理論とも実際の水撃作用における波速変化の現象まには水柱分離の現象のどちらか一方を無視して解析しているために実測値と比較して良好な結果を得ていない。本報では、この低圧時の水撃現象において気泡の発生および消滅の速度等を考慮し、その気泡量に応じて波速が変化し、また、閉塞部等の水の供給がない個所では流速差等に応じて水柱分離が生じるとした計算方法を提案し解析を行なった結果を報告する。

2 気泡混入を考慮した基礎方程式

低圧時水撃現象において、圧力が水の飽和蒸気圧にまで降下すると水は自己沸騰しだし管内流は水のみ状態から気体と液体(水)の混合した気液二相流に変化する。この場合の基礎方程式は次のようになる。

$$\text{運動方程式} \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{f}{2D} v |v| \quad \text{-----}(1)$$

$$\text{連続方程式} \quad \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = -v \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \sin \theta \right) - \frac{\partial H}{\partial t} \quad \text{-----}(2)$$

$$a^2 = \left\{ \left[\rho_w - (\rho_w - \rho_g) f_g \right] \left\{ 1 + \frac{(K_g/K_w - 1) f_g}{K_w} + \frac{D}{Eb} \right\} \right\}^{-1} \quad \text{-----}(3)$$

$$f_g = f_g(x, x) \quad \text{-----}(4)$$

上記の(1),(2)式より次の特性方程式を得る。

$$\left\{ \frac{dx}{dt} = v \pm a \right. \quad \text{(複号同順)} \quad \text{-----}(5)$$

$$\left\{ \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} = \mp \left(\frac{dv}{dt} + \frac{f}{2D} v |v| \right) - \frac{g}{a} v \sin \theta \right. \quad \text{-----}(6)$$

また、(3)式中の密度、体積弾性係数は次式で表わされる。

$$\rho_g / \rho_w = 0.001186 P \quad \text{-----}(7)$$

$$K_g / K_w = 0.0000639 P \quad \text{-----}(8)$$

3 気泡発生速度等を考慮した水撃圧の解析

(a) 計算上の仮定 1) 水撃作用は等温変化でなされる。

ii) (Case 1) 圧力が蒸気圧に降下した瞬間に気泡はある一定の速度で発生しはじめ、同様に圧力が上昇した瞬間に一定の速度で消滅しはじめる。すなわち、ボイド率 f_g は次のようになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{気泡発生時} \quad f_g = f_{g1} + \frac{1}{T_1} (x - T_1) \\ \text{気泡消滅時} \quad f_g = f_{g1} - \frac{1}{T_1} (x - T_1) \end{array} \right. \quad (0 \leq f_g \leq 1) \quad \text{-----}(9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{気泡発生時} \quad f_g = f_{g1} + \frac{1}{T_1} (x - T_1) \\ \text{気泡消滅時} \quad f_g = f_{g1} - \frac{1}{T_1} (x - T_1) \end{array} \right. \quad \text{-----}(10)$$

(Case 2) ボイド率と波速の関係に着目して、波速を近似的に指数関数で表示する。

$$\text{気泡発生時} \quad a = a_g e^{-\alpha(x-T_1)} \quad \text{-----}(11)$$

$$\text{気泡消滅時} \quad a = a_g e^{\beta(x-T_1)} \quad \text{-----}(12)$$

ii) 気泡内の圧力は蒸気圧とする。

iii) 計算上、中間点に生じた水柱分離は小気泡の集合とみなす。

iv) 分離

表-1 記号表

	気体を含む水	水のみ	気体のみ
密度	ρ	ρ_w	ρ_g
体積弾性係数	K	K_w	K_g
水撃圧波速	a	a_w	
A: 管路流積 b: 管肉厚			
D: 管内径 E: 管材の弾性係数			
f: 摩擦損失係数 g: 重力加速度			
f_g : ボイド率 H: 動水勾配線高			
HJP: 水の蒸気圧 P: 絶対圧力 (kg/cm^2)			
Q: 流量 PHI: 弁の開度関数			
v: 管内平均流速 x: 管路距離軸			
t: 時間 θ : 管軸と水平線がなす角			
f_{g1} : 変化前のボイド率			
T_1 : 圧力が低下した瞬間の時刻			
T_2 : 圧力が上昇した瞬間の時刻			
T_3 : 管路分割区間の水が蒸発しきるのに要す時間			
T_4 : 分割区間内の水蒸気が消滅しきるのに要す時間			
a_g : 変化前の波速 α : 波速減少率			
β : 波速増加率			
HF: 流出入損失に関する係数			

した部分の容積は小さく管路分割長に比較して無視できる。 (4) 気泡および空洞は発生位置から移動しない。

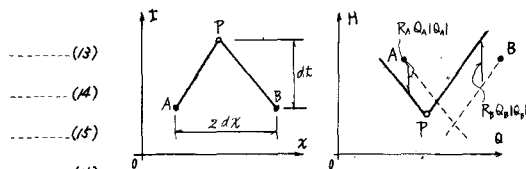
(b) 計算基本式 上記の仮定により、特性曲線法に基づき(5),(6)式を差分化して諸量を求めると次のようになる。(図-1 参照)

$$X_P = (B_A \cdot X_{CM} + B_B \cdot X_{CP}) / (B_A + B_B) \quad (13)$$

$$I_P = (X_{CM} - X_{CP}) \cdot BC / (B_A + B_B) \quad (14)$$

$$Q_P = (H_{CP} - H_{CM}) / (B_A + B_B) \quad (15)$$

$$H_P = (B_A \cdot H_{CM} + B_B \cdot H_{CP}) / (B_A + B_B) \quad (16)$$



● 既知点 ○ 未知点 図-1

ただし、 $BC = 1/(gA)$, $X_{CP} = X_A - a_A t_A$, $X_{CM} = X_B + a_B t_B$

$H_{CP} = H_A + B_A Q_A - R_A Q_A |Q_A|$, $H_{CM} = H_B - B_B Q_B + R_B Q_B |Q_B|$, $B = A/(gA)$, $R = \int dx / (2gDA^2)$

(c) 境界上での計算式 1) 貯水池側 流入損失を与える式 $H_P = H_0 - H_F Q_P |Q_P|$ (17) と特性直線式

$H_P = B_B Q_P + H_{CM}$ (18) により関係諸量を求める。

ii) 弁側 弁の境界条件式 $Q_P = PHI / \sqrt{H_P} \cdot H_P / H_P$ (19) と特性直線式 $H_P = -B_A Q_P + H_{CP}$ (20) により諸量を求める。圧力 H_P が蒸気圧以下に求めた時には、管内に水柱分離が発生する。その時の諸量は次のようになる。(図-2 参照)

水柱分離の上流側 $H_{P1} = H_{JP}$, $Q_{P1} = (H_{CP} - H_{JP}) / B_A$ (21)

水柱分離の下流側 $H_{P2} = H_{JP}$, $Q_{P2} = -PHI / \sqrt{|H_{JP}|}$ (22)

空洞の成長容積 $CAV = \int (Q_{P2} - Q_{P1}) dt$ (23)

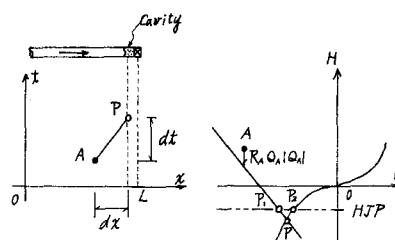


図-2 弁側に水柱分離が発生した場合の計算

4 計算例および考察

以上の諸計算式を用い、実験値および従来の理論と比較するために電算機により数値計算した結果が図-3, 4に示してある。実験装置は管路長294.2m, 管内径0.1054m, 水面水頭10.6mの貯水池より流出する単一様断面鋼管路を使用した。これらの図から次のことが判明できる。図-3は従来の理論と比較したものであるが、圧力の大きさ、周期性ともはるかに実測値に近い結果が得られた。次に図-4は気泡の発生消滅に関する量 T_0, T_1 を変化させた場合の一例であるが、種々の数値実験を行なうことにより気泡発生速度は圧力波形の周期に、また気泡消滅速度は波形の円滑性に関係していると思われる。気泡消滅速度は発生速度より速く、およそ5~20倍の値が最もよく一致し $T_0 = 500000 \sim 1,000000$ (sec), $T_1 = 5000 \sim 50000$ (sec) ぐらいが適当であり Case 2 に関しては $\alpha = 0.25 \sim 0.8$, $\beta = 2.5 \sim 8.0$ ぐらいが適当である。

5 まとめ

本報は低圧時の水撃作用において気泡の発生、消滅の速度等を考慮し特性曲線法を用いて解析を行なったものであり、従来の理論の不備不合理とされK点を改善することにより、より実験現象に近い結果を得ることができた。ところで、本解析方法では流速を決定する際に微小振幅理論を用いたが圧力変動量が非常に大きい場合には圧力波面前後で圧力差 ΔP を考慮した有限振幅理論を用いればより厳密な結果が得られると思われる。

(参考文献) 1) 笠原, 棚橋 : 水柱分離を伴う水撃作用の解析 日本機械学会論文集 (1968)

2) 萩原 : 水柱分離前の水撃現象の計算法 水理講演会論文集 (1974)

(Case 1) T_0, T_1 を変化させた場合 図-4

