II-260 地下原子力発電所に関連した水理学的諸問題

地下水内の拡散

東京理科大学 土木工学科 正員 大西外明

〃 〃 〃 西村司

1. はじめに

地下原子力発電所を想定し、地下水の流れが一様な岩盤内に放出された、放射性物質の拡散現象を解析する。地下発電所では、放射性廃棄物の地中永久処分の場合と異り、半減期の比較的みじかい放射性物質をも解析対象とする必要がある。本報告では、放射性物質の地下水内拡散の基礎方程式をたてて、その解析解を求め、それを具体的事例に適用した場合につき論じる。

2. 放射性物質の地下拡散基礎方程式

基礎方程式として、拡散方程式をとれば、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(C+\frac{1-n}{n}S\right)-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}-U_iC\right)+\lambda\left(C+\frac{1-n}{n}S\right)=0 \quad \text{------(1)}$$

ここに　C：地下水中濃度，S：岩粒子付着濃度

n：空隙率　　λ：減衰率

今、CとSとの間に、比例関係があるとし、

$$S = const.\times C = \kappa C \quad \text{------(2)}$$

とかき，更に

$$a = 1-\kappa\left(\frac{1-n}{n}\right) \quad \text{------(3)}$$

とおけば (1) は

$$a\frac{\partial C}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}-U_iC\right)+a\lambda C=0 \quad \text{----(4)}$$

となる。

Fig 1 の様な x-方向に u_0 の一様な地下水流の場合を考えると、上の基礎方程式は、

$$a\frac{\partial C}{\partial t}-D_x\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}-D_y\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}-D_z\frac{\partial^2 C}{\partial z^2}+u_0\frac{\partial C}{\partial x}+a\lambda C=0 \quad \text{--(5)}$$

この地下水中に $x=0$ における source R から放射性物質を放出する場合を想定すれば

初期条件

$$C(x,y,z,0)=0 \quad ; \quad x\geq 0 \quad \text{----(6)}$$

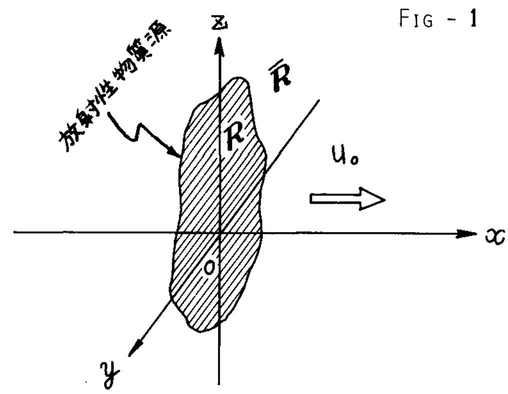
境界条件

$$C(0,y,z,t)=\begin{cases} f(t) & ; \text{ on } R \\ 0 & ; \text{ on } \bar{R} \end{cases} \quad \text{----(7)}$$

$$\lim_{r\to\infty} C(x,y,z,t)=0 \quad ; \quad x\geq 0 \quad \text{----(8)}$$

ここに $r^2 = x^2+y^2+z^2$

FIG - 1



3. 基礎方程式の解析解

上の問題は，境界条件 f(t) を入力，解 C(t) を出力とする線型系である。そこで、この系のインパルス応答 h(t) すなわち、境界条件

$$C(0,y,z,t)=\begin{cases} \delta(t) & ; \text{ on } R \\ 0 & ; \text{ on } \bar{R} \end{cases} \quad \text{--(7')}$$

に対する解を求めておけば，任意の入力 f(t) に対する解は、

$$C(x,y,z,t) = L^{-1}\left[\tilde{f}\cdot\tilde{h}\right] \quad \text{----(9)}$$

又は convolusion

$$C(x,y,z,t)=\int_0^t f(t-\tau)\cdot h(\tau)\,d\tau \quad \text{-----(10)}$$

により与えられる。ここに L はラプラス変換を示し，

$$L\left[f(t)\right]=\tilde{f}(p) \quad \text{-----(11)}$$

である。

方程式 (5)，(6)，(7')，(8) をラプラス変換し，変数分離して解くことにより、次式を得る。

$$\tilde{h}(p)=\sqrt{D_y D_z}\cdot exp\left(\frac{u_0 x}{2D_x}\right)\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}A(\alpha,\beta,y,z)$$

$$\cdot exp\left\{-x\sqrt{\frac{u_0^2}{4D_x^2}+\frac{D_y}{D_x}\alpha^2+\frac{D_z}{D_x}\beta^2+\frac{a}{D_x}(p+\lambda)}\right\}d\alpha d\beta \quad \text{-----(12)}$$

ここに

$$A(\alpha,\beta,y,z)=A_1\cos\alpha y\cos\beta z+A_2\cos\alpha y\sin\beta z+A_3\sin\alpha y\cos\beta z+A_4\sin\alpha y\sin\beta z \quad \text{----(13)}$$

であり、$A_1\sim A_4$ は α,β の関数であって

$$f(y,z)=\begin{cases}1/\sqrt{D_y D_z} & ;\ on\ R\\ 0 & ;\ on\ \bar{R}\end{cases} \quad \text{----(14)}$$

のフーリエ逆変換より求められる。

インパルス応答は、(12)式のラプラス逆変換により与えられ、

$$h(t)=\frac{x\sqrt{aD_yD_z}}{2\sqrt{\pi D_x t^3}}\cdot exp\left\{\frac{u_0x}{2D_x}-\frac{ax^2}{4D_xt}-\left(\frac{u_0^2}{4aD_x}+\lambda\right)t\right\}$$

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}A(\alpha,\beta,y,z)\cdot exp\left\{-\left(\frac{D_y}{a}\alpha^2+\frac{D_z}{a}\beta^2\right)t\right\}d\alpha d\beta \quad \text{------(15)}$$

任意の境界条件に対する解は、(12),(15)を用いて(8)又は(9)式により与えられる。

4. 地下拡散におよぼす半減期の効果

以上の結果をもとに、放射性物質の減衰性の効果を検討する。まず、インパルス応答に対する効果は、(15)式より

$$h(t)=exp(-\lambda t)\cdot h_0(t) \quad \text{----- (16)}$$

ここに $h_0(t)$ は、同一の条件における、半減期 ∞ すなわち通常の汚染物質の場合のインパルス応答である。(16)を(11)に代入することにより、

$$C(x,y,z,t)=exp(-\lambda t)\cdot C_0(x,y,z,t) \quad \text{------(17)}$$

ここに $C_0(x,y,z,t)$ は、

$$f_0(t)=f(t)\cdot exp(\lambda t) \quad \text{---- (18)}$$

を境界条件とする通常の汚染物質に対する解である。

Fig 2. は 境界条件を

$$f(t)=exp(\gamma t) \quad \text{------ (19)}$$

とおいて、地下拡散におよぼす半減期の効果を調べたものである。用いたパラメータは、

$u_0=0.01\ cm/sec$, $D_x=10^{-3}\ cm^2/sec$, $D_y=10^{-4}\ cm^2/sec$

$a=46$, $\gamma=-(1\text{時間})^{-1}$, 半減期 28年, 8日, 1日

放出源Rとしては、y軸方向無限につづく幅 10 cm の帯状のものを考え、x軸上の濃度を計算した。