

九州大学 正員 上田 年比古
 " 〇正員 藤野 和 徳
 " 正員 神野 健 二

1. まえがき

海岸線近くの砂層地盤中に塩水が浸入して、いわゆる塩水楔を形成するが、その形状や流況の解明は地下水取水などで重要な課題である。このような地下密度流の現在までの解の多くは濃塩境界面上での分散や分子拡散を無視してもよい場合をとり扱っている。しかし塩水楔のようにその混合面が長い場合や砂粒径などが大きい場合にはその境界面での混合は無視できないであろうし、また地下水の塩水化の一つの原因となると考えられる。このため混合の原因となる要因として、代表砂粒径、密度差などを物理特性量として含む解が求められたいことが望ましいと考えられる。本報では二層系のモデルとして図-1に示すように、下部に塩水が静止している状態のところに、上部に一樣流速の淡水を流した場合の境界面の混合について、流速分布、密度分布には相似則が成り立つと仮定し、分散係数にはMarlemann¹⁾の実験結果をもとに近似的に求めた分散係数を用いて解析し、これを一部実験と比較した。

2. 解の誘導

基礎方程式

連続の式 $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0$ (1)

運動方程式 $u = -\{R/\rho_0 \lambda\} \partial P / \partial x$ (2)

$v = -\{R/\rho_0 \lambda\} (\partial P / \partial y + \rho g)$ (3)

分散方程式 $u \partial \rho / \partial x + v \partial \rho / \partial y = \partial \{D_y \partial \rho / \partial y\} / \partial y + D_m \partial^2 \rho / \partial y^2$ (4)

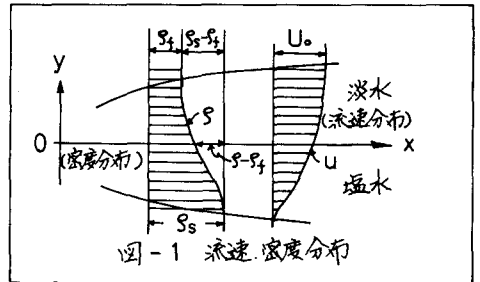


図-1 流速・密度分布

ここで u : x 方向の実流速 v : y 方向の実流速 R : 透水係数 g : 重力加速度 λ : 空げり率 P : 圧力 ρ : 密度 d : 砂粒径 D_y : 流孔に直交方向の分散係数で、ここでは Marlemann¹⁾の実験結果をもとに求めた値として $D_y = (d/25) \cdot u$ とした。また D_m : 分子拡散係数である。

(1)~(4)式を解くにあたり、流速・密度について相似則が成り立つと仮定し、 u, v, ρ を次式のようにおく。

$u = U_0 f(\eta)$ (5) $v = v(x) g(\eta)$ (6) $\rho = \rho_s - (\rho_s - \rho_f) f(\eta)$ (7)

$\eta = y/R(x)$ (8) ここで U_0 : 主系の流速 $v(x)$: x によって変る垂直流速 v の代表値 ρ_f : 淡水密度

ρ_s : 塩水密度 η : 相似変数 $R(x)$: η を規定する y 方向の基準長

(2)(3)式を(1)式に代入すると、 $\partial P / \partial x^2 + \partial^2 P / \partial y^2 + \rho_0 \partial \rho / \partial y = 0$ (9) (5)~(8)式を(2)(3)式に代入し、(9)式に代入して P を消去すれば、 $\{U_0 \cdot dR(x)/dx\} \cdot \eta \cdot df(\eta)/d\eta = v(x) \cdot dg(\eta)/d\eta$ (10)

(10)式は x の関数の部分と η の関数の部分とに分離されており、これが恒等的に成り立つために2つの式がえられる。

$U_0 \cdot dR(x)/dx = v(x)$ (11) $\eta df(\eta)/d\eta = dg(\eta)/d\eta$ (12)

次に(4)式の分散方程式に(5)~(8)式を代入し、 $f(\eta), g(\eta)$ で表わすと次式がえられる。

$(25/d) \cdot dR(x)/dx \{ \eta f(\eta) df(\eta)/d\eta - g(\eta) df(\eta)/d\eta \} = -(1/R(x)) [\{ df(\eta)/d\eta \}^2 + \{ f + f(\eta) \} d^2 f(\eta)/d\eta^2]$ (13)

ここで $\gamma = 25 \cdot D_m / (d \cdot U_0) = 25 (Sc \cdot Re)^{-1}$ Sc : Schmidt 数 (ν/D_m) Re : Reynolds 数 ($U_0 d/\nu$) である。(13)式もまた x の関数の部分と η の関数とに分離されており、これが恒等的に成り立つために次の2つの式が導かれる。

$(25/d) dR(x)/dx = 1/R(x)$ (14) $df(\eta)/d\eta \{ \eta f(\eta) - g(\eta) \} + \{ f + f(\eta) \} d^2 f(\eta)/d\eta^2 = 0$ (15)

(14)式より $R(x)$ を求めると、 $R(x) = \sqrt{(2/25) \cdot d \cdot x + C}$ (16)

(16)式を(11)式に代入し $v(x)$ を求めると、 $v(x) = U_0 d / (25 \sqrt{(2/25) \cdot d \cdot x + C})$ (17)

次に(12)式と(15)式を連立させて $f(\eta)$, $g(\eta)$ を求めるのは解析的に困難なため次式のように差分式に直し、数値計算すると表-1のようになる。

$$\eta_i(f_{i+1}-f_i)/\Delta\eta_i = (g_{i+1}-g_i)/\Delta\eta \quad (12')$$

$$+ \{ (f_{i+1}-f_i)/\Delta\eta \}^2 + (\eta+f_i)(f_{i+1}-2f_i+f_{i-1})/\Delta\eta^2 = 0 \quad (15') \quad (\Delta\eta: \text{格子間隔})$$

境界条件として $\eta = \infty$ で $f(\eta) = 1.0$, $g(\eta) = 0.0$, $\eta = -\infty$ で $f(\eta) = 0.0$, $g(\eta) = 0.0$ を与える。 $\eta = 0.25$ のときの $f(\eta)$, $g(\eta)$ を図-2 に示す。以上により u , v , ρ については(16), (17)式(ここでは $x=0$ で混合する点として $C=0$ とする)と表-1により求めらる。

	η	0.585	0.555	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0	-0.1	-0.2	-0.265	-0.3	-0.348
$\delta = 0.00025$	$f(\eta)$		1.0	0.970	0.910	0.843	0.767	0.680	0.579	0.453	0.274	0.0		
	$g(\eta)$		0.0	-0.016	-0.042	-0.065	-0.084	-0.096	-0.101	-0.094	-0.065	0.0		
$\delta = 0.25$	$f(\eta)$	1.0	0.983	0.950	0.886	0.816	0.739	0.652	0.555	0.443	0.308	0.199	0.127	0.0
	$g(\eta)$	0.0	-0.019	-0.027	-0.035	-0.039	-0.048	-0.111	-0.115	-0.109	-0.087	-0.061	-0.041	0.0

表 - 1

3. 実験および実験値と理論値の比較

実験装置を図-3に示す。これは透明の塩化ビニール製で、長さ150cm、幅4cm、高さ50cmであり、左右にヘッドタンクをつけてある。この中に、粒径 $d=0.5\text{cm}$ のアンスラサイトおよび粒径 $d=0.275\text{cm}$ のガラス球をつめ2種の環流層についてそれぞれ二層流をつくり濃度分布測定の実験を行った。なお主気(淡水)の流速をできるだけ一定にするため、塩水側の勾配を十分ゆるやかにし、左右の淡水層厚 h_0 と h_1 の平均値を平均断面積として測定流量 Q から流速を求め、これが場所的に一様であると仮定した。また Reynolds 数を計算してみるとほぼ1.0前後であるため、ダルシー則の適用範囲であることを確認した。濃度分布の測定は左側のスリットより74cm(A点), 105.5cm(B点)の2点で上下方向の濃度を塩分濃度計で測定した。このとき塩水密度 $\rho_s=1.025$, 淡水密度 $\rho_f=1.0$ で行った。この測定結果を図-4, 5に示す。解析値と比べて大体中心軸ではよい一致がえられ上下方向では多少の誤差が生じている。また図-4, 5を比較すると、ス方向の距離が大きいく程、拡散領域が増大する傾向を示している。次に地下密度流の状況については、着色した淡水を流して観察してみると、開水路の混合現象と違い、流速が小さいために連行作用がなく、混合領域内の下流近傍で水平流速と垂直流速が0となっていることが観察された。すなわち塩水部分を壁面のごとく、その上をNagen-Poiseuille 的な流れを呈しているように思われる。

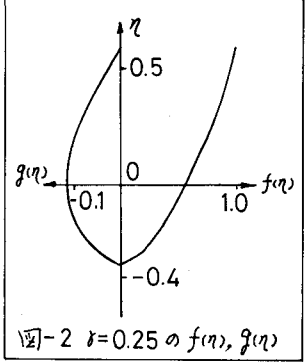


図-2 $\eta=0.25$ の $f(\eta)$, $g(\eta)$

の2点で上下方向の濃度を塩分濃度計で測定した。このとき塩水密度 $\rho_s=1.025$, 淡水密度 $\rho_f=1.0$ で行った。この測定結果を図-4, 5に示す。解析値と比べて大体中心軸ではよい一致がえられ上下方向では多少の誤差が生じている。また図-4, 5を比較すると、ス方向の距離が大きいく程、拡散領域が増大する傾向を示している。次に地下密度流の状況については、着色した淡水を流して観察してみると、開水路の混合現象と違い、流速が小さいために連行作用がなく、混合領域内の下流近傍で水平流速と垂直流速が0となっていることが観察された。すなわち塩水部分を壁面のごとく、その上をNagen-Poiseuille 的な流れを呈しているように思われる。

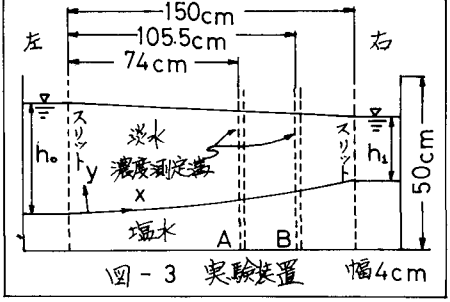


図-3 実験装置

4. おおび

以上により二層流の定常状態における流速、密度分布の解がえられ、本報の相似解においては流速が0となる点で濃度は100%となる。

・実験現象においては流速が0となる点で分子拡散の効果があるため濃度分布はその点で100%になりえないと考えらる。今後この点および潮汐等による非定常状態の混合現象を解明してゆきたいと考えている。

参考文献

1) D. R. F. Harleman "Longitudinal and Lateral dispersion in an isotropic porous medium" Journal of Fluid Mech. Vol. 16, part 3 July 1963