

東海大学 正員 星田義治
東海大学 正員 市川勉
東海大学 学生 〇前原弘光

1. まえがき

地下水の帯水層に設けられた井戸から揚水する場合、井戸枠の内外の水面が不連続になることは、井戸ロスとして以前から知られていた。そして、この量を定量的に評価したものに野満、嶋等の研究がある。野満(1934)は鉛直流を考慮した井戸への定常地下水流を解いて井戸ロスを求めている。嶋(1965)は井戸枠の抵抗を線形抵抗として運動方程式を作り、この影響を考慮した井戸への非定常地下水流の線形解を得ている。

著者らは、井戸枠の抵抗を乱流型として、運動方程式を作り、この式を考慮した井戸への非定常地下水流の非線形解(数値解)を得た。そして、この解を砂モデルによって検証した。

2. 理論

図・1において、井戸の水位 h_w 、井戸枠外周の水位 h_s 、任意地点の水位 h 、一定揚水量 Q_0 、井戸の半径 r_w 、井戸の内外の水位差の生じた部分からのしみだし量 Q_1 、 h_w の区間 γ のしみだし量 Q_2 とする。ここで、基礎方程式として次のようなものを考える。井戸枠のストレナガー様に連続的に分布していると仮定すると、井戸の抵抗を考慮した運動方程式は次のようになる。

$$Q_s = Q_1 + Q_2 = 2\pi r_w K' \sqrt{h_s - h_w} \cdot \frac{2h_s + h_w}{3} \quad (1)$$

ただし $K' = \sqrt{\frac{2g}{\Sigma f}}$ とする。

ここで、井戸枠の厚さは無視出来るものとし、 $Q_{r=r_w} = Q_s$ とした。

図・1 不圧地下水

帯水層内の基礎式は、均質等方で準一様流の仮定が成立つとすれば次のようになる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\beta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r h \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (2)$$

ここで、 k : 透水係数、 β : 有効空隙率とする。

初期および境界条件は次のようにおく。

$$\left. \begin{array}{ll} t \leq 0 & h = h_w = h_s = H, Q_0 = 0 \\ t > 0 & Q_0 = \text{一定しみだし量} \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{ll} r \rightarrow \infty & h = H \\ r = r_w & (A_w - A_p) \frac{dh_w}{dt} = Q_s - Q_0 \end{array} \right\}$$

式(3)の中の境界条件 $r = r_w$ における式は、井戸における連続条件式である。また、 A_w , A_p ; 井戸および揚水管の断面積である。次のように無次元化する。

$$g = \frac{h}{H}, g_w = \frac{h_w}{H}, g_s = \frac{h_s}{H}, x = \frac{r}{r_w}, \tau = \frac{k H t}{\beta r_w^2}, \alpha = \frac{r_w K'}{k H^{1/2}}, Z_s = \frac{Q_s}{2\pi k H^2}, Z_0 = \frac{Q_0}{2\pi k H^2} \quad (4)$$

式(4)を用いると、式(1), (2), (3)は次のような無次元式となる

$$Z_s = \alpha \sqrt{g_s - g_w} \cdot \frac{2g_s + g_w}{3} \quad (5)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \tau} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x g \frac{\partial g}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{ll} \tau \leq 0, & g = g_w = g_s = 1, Z_0 = 0 \\ \tau > 0, & Z_0 = \text{一定} \\ & x \rightarrow \infty, g = 1 \\ & x = 1 \quad \frac{1}{2\beta} \frac{dg_w}{d\tau} = Z_s - Z_0 \end{array} \right\} \quad (7)$$

ここに、 $\beta = \beta / (1 - A_p/A_w)$ である。

式(6)は非線形であるので、数値計算に便利のように $y = x/\tau$ なる変数変換し、境界条件を固定するため $\xi = y/y_0$ とし、さらに $z = \xi g \frac{\partial \xi}{\partial \tau}$ とおくと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\xi}{d\tau} &= \frac{z}{\xi g} \\ \frac{dz}{d\tau} &= -\frac{y_0^2 \xi z}{2g} \end{aligned} \right\} \text{----- (8)}$$

3. 数値解および実験

数値計算は、 $Z_0, y_0, \beta, A_w, A_p, \alpha$ を与えて、Runge-Kutta 法で行なった。この結果を検証するため $H=26.3\text{cm}, R=200\text{cm}$ $r_w=10\text{cm}$ の扇形 (円形の $1/24$) 水槽による砂ゼラル (平均粒径 0.64mm , 均等係数 1.49) 実験を行なった。その一例を図・2.a, b, c に示す。ここに、 τ は揚水井における最大水位降下量である。

図・2.a, b, c より透水係数および有効空隙率を算定すると表・1 のようになる。図・2 の a, b, c に示されている α の値は、実験より求めたものである。この無次元のストレナの抵抗係数 α については、実験を積み重ねた後で報告するつもりである。表・1 で求めた β と計算に用いた β が大体一致していることは、 β の算定について、より信頼性が高まったと思われる。

4. あとがき

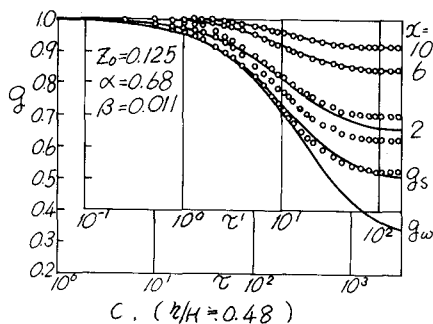
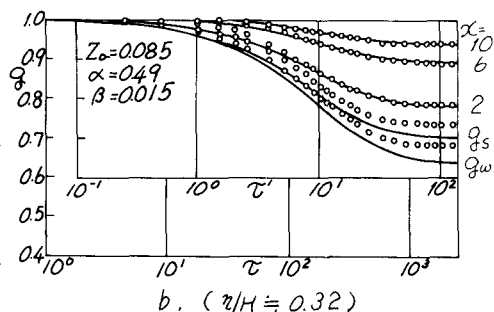
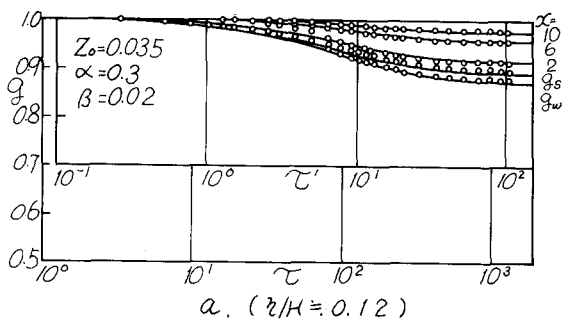
以上をまとめると次のことが云える

- 1). 井戸枠の抵抗を考慮した解により、井戸口の大きさを定量的に把握できる。
- 2). 井戸内の水位降下が20%位までは、理論曲線と実験曲線が殆んど一致する。
- 3). 井戸内の水位降下が大きくなると、井戸枠の抵抗を考慮した式を解いても、理論値と実験値が次第に離れてくる。

この原因はいろいろあると思われるが、その中で大きな原因の一つに、準一様流の仮定を用いた基礎式がある。井戸内の水位降下が大きくなると、井戸から近い所では、鉛直方向の流れが次第に大きくなり、準一様流の仮定は成立しなくなる。したがって、鉛直流を考慮した解を求めて、実験値と比較してみる必要がある。

参考文献

- 1). 星田、瀧野、市川、前原：“井戸における連続条件を考慮した揚水時の非定常解” 第12回土木工学会
- 2). 嶋松元：“井戸枠の抵抗を考慮した場合の地下水の非定常運動についての研究” 土木学会第20回年次学術講演会
- 3). Taka Haru Nomitsu: “An Advanced in the Theory of Wells” (I. Steady State), 地球物理 11/12, No.2, P.159~171 (1925)



図・2 q~tau 曲線

表・1 R および beta の値

図番号	実験番号	R (cm/sec)	beta (%)	定常解で求めた R (cm/sec)
図・2.a	No.3-2	0.25	2.0	0.23
図・2.b	No.3-1	0.24	1.4	0.25
図・2.c	No.3-3	0.23	1.2	0.26