

1. まえがき

被浸食性河岸をもつ流路の浸食過程については、その詳細な機構に未解明なことが多く、斜面全域に適用しうる浸食式あるいは横断方向の流砂量式は確立されていない。本報告は、砂によって構成された水路の浸食現象は、表層砂の初動にほかならないとの観点にたって、非平衡の流砂量式を導き実験値との比較をおこなったものである。

2. 浸食量の考えかた

側壁の浸食が、流れの掃流力によって規定されることは、これまでの研究によっても明かであるが、その実態は、次のように考えることができる。すなわち、1) 移動中の砂粒子が存在しない斜面上部では掃流力は、静止している表面砂の初動に費される。2) 移動砂が十分に増えている河床ちかくでは、掃流力は、粒子のまさつや衝突による力と平衡するのに費される。すなわち、定常運動を維持するのに費される。3) その中間部分では、砂粒子の定常運動に費された残余分が、静止中の粒子の初動に費される。これらの現象を、芦田・道上による流砂をふくむ流れの応力の関係式を拡張してあらわすと、 $\tau_{0e} = \tau_G + \tau_B + \tau_F \dots (1)$ となる。ただし、 τ_{0e} : 全有効せん断力、 τ_G : 粒子の河床や粒子に対する衝突によるせん断力、 τ_F : 流体自身のせん断力、 τ_B : 定常速度に達していない粒子を加速するに際して要するせん断力、芦田・道上は、平衡状態をあつかっているので、原式では $\tau_B = 0$ であり、また、 τ_G 、 τ_F に対しては、 $\tau_G = N(\sigma - \rho)g \cos \theta_B \mu_k \dots (2)$ $\tau_F \approx \tau_c \dots (3)$ をあたえている。ここで N : 河床の単位面積中に存在する掃流砂の体積、 θ_B : 河床の水平面からの傾き、 μ_k : 動まさつ係数、 g : 重力加速度、 σ 、 ρ : それぞれ、砂および水の密度、 τ_c : 砂粒子の限界掃流力。さて、問題は、 τ_B であるが、単位面積、単位時間中にあらたに移動をはじめる(すなわち浸食をうける)砂の体積を c とすれば、 τ_B は次のようにあらわされる。

$$\tau_B = (\sigma + \frac{\rho}{2}) \int_0^s c(s') \left[\frac{1}{v_s} \frac{dv_s}{dt} \right]_{t=t'} ds' \dots (4)$$

ただし、 s : 非平衡状態のはじまりの点からの距離、 s' : $0 \sim s$ 間の任意の位置、 t : 時間、 t' : s' から s に到るまでに要する時間、 v_s : s' から出発して s に到ったときの粒子の速度。一方、 N と s の間には $N = \int_0^s \frac{c(s')}{\tilde{v}_s} ds' \dots (5)$ なる関係がある。ただし、 $\tilde{v}_s$: v_s の定常値。(2)、(3)、(4)、(5) 式を (1) 式に代入すれば、浸食量と掃流力との関係式をうることができる。

3. 浸食量式の誘導

以上の考えを斜面に適用するのであるが、水路に対して、図のように軸をもうけると、軸ならびに流れの方向と粒子の移動方向が異なるので、(4)、(5) 式は修正されて、

$$\tau_B = (\sigma + \frac{\rho}{2}) \int_p^L c(p') \left[\frac{1}{|v_s|} \frac{d|v_s|}{dt} \right]_{t=t'} (p'-p) \frac{dp'}{|\sin \tilde{\gamma}(p')|} \dots (6) \quad N = \int_p^L \frac{c(p')}{|\tilde{v}_s(p)|} \frac{dp'}{|\sin \tilde{\gamma}(p')|} \dots (7)$$

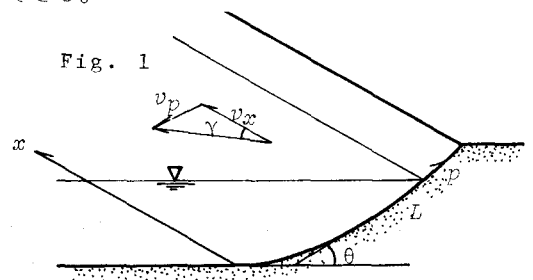
ただし、 $\tilde{\gamma}$: 粒子の移動方向が x 軸となす角。さらに、斜面傾斜角は一般にあまり大きくないので、 $|v_s| \approx v_x$ 、 $|\sin \tilde{\gamma}| = |\tan \tilde{\gamma}|$ などとみなすことができる。一方、単一この配 θ をもつ斜面上の粒子の運動は、初期値を 0 として次のようにあらわされる。

$$\frac{v_x}{v_{x*}} = (e^{2t_*} - 1) / (e^{2t_*} - \frac{\sqrt{mT_*} - 1}{\sqrt{mT_*} + 1}) \dots (8)$$

$$\frac{\tilde{v}_x}{u_*} = \psi_d (1 - \frac{1}{\sqrt{mT_*}}) \dots (8') \quad \frac{\tan \tilde{\gamma}}{\tan \gamma} = P(t_*) \dots (9)$$

$$\tan \tilde{\gamma} = - \frac{\tan \theta}{\mu_k} \frac{1}{\sqrt{mT_*}} \dots (10)$$

Fig. 1



ただし、 $t_* = \frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + 0.5} \frac{\sqrt{\mu_s \mu_k \cos \theta}}{u_* \psi_d} t$: 無次元時間、 $T_* = \frac{\tau_*}{\tau_{*c} \cos \theta}$: 斜面上の合成掃流力、

$m = \frac{\mu_s}{\mu_k} P(t_*) : t_*$ の増加とともに急速に1に近づく関数。これらの解によれば、静止状態の粒子が定常に達する時間は非常にはやく、したがって場所的にこう配のかわる斜面においても粒子は、それぞれの局所的なこう配に支配された運動をおこなうとみることができる。また、斜面上の限界掃流力は、

$$(8) \text{式を} 0 \text{とおいて } T_* = 1 \text{ より、 } \frac{\tau_c}{(\sigma/\rho - 1)gd} = \tau_{*c} = \tau_{*c} \cos \theta \quad \dots\dots\dots (11)$$

以上により、(2)～(11)式を(1)式に代入整理するとともに、適当な近似をおこなうと、斜面上の浸食量と掃流力の間に

$$\frac{\mu_s}{u_* \psi_d} \int_0^L \frac{T_*(p')^{0.5(1-\nu)}}{\tan \theta(p')} c(p') dp' + K_1 K_2 T_*(p)^{0.5(1-\nu)} F(T_*(p)) c(p) \quad (12) \text{式がなりたつ。}$$

$$\text{ただし、} \frac{\mu_s}{u_* \psi_d} \int_0^L \frac{T_*(p')^{0.5(1-\nu)}}{\tan \theta(p')} c(p') dp' \approx K_1 T_*(p)^{0.5(1-\nu)} F(T_*(p)) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$K_1 = \frac{\psi_d}{\mu_s} \tau_{*c}$ 、 $F(T_*(p)) = T_*(p)^{\nu-1} (T_*(p)-1) (T_*(p)^{0.5(\nu+1)} - 1) \approx (T_*(p)-1)^{0.5(3\nu+1)}$
 $K_2 = \lambda_1 (\sigma/\rho + \frac{1}{2}) \psi_d$ (λ_1, T_* ともにわずかに変化する係数)であり、 ν は、 μ_k が掃流力によって変化するとして $\mu_k = \mu_s T_*^{-\nu}$ としたときの指数である。(12)式は、 $c(p)$ に関する積分方程式であり、この式のままで解をうることも可能であるが θ や T_* の p に対する関数形が不明なままでは、内部にこれらの積分を残した形になる。そこで、これまで考えてきたことを検証する目的で、最も単純な $\tan \theta = \text{const.}$ 、 $T_* = \text{const.}$ の場合について解をもとめると、

$$\frac{c(p)}{u_*} = \frac{1}{K_2} \exp \left\{ \frac{p-L}{\frac{\tan \theta}{\mu_s} K_1 K_2 F(T_*) d} \right\} \quad \dots\dots (13)$$

$$p \text{ 方向流砂量は、上式を積分してえられ、} \\ \frac{q_{BP}}{u_* d} = \frac{\tan \theta}{\mu_s} K_1 F(T_*) \left[1 - \exp \left\{ \frac{p-L}{\frac{\tan \theta}{\mu_s} K_1 K_2 F(T_*) d} \right\} \right] \quad \dots\dots (14)$$

さらに、 p の原点を平衡に達する点に選び $T_* \gg 1$ として考えると、平衡点での流砂量 q_{B0} は

$$\frac{q_{B0}}{u_* d} \approx \frac{\tan \theta}{\mu_s} K_1 (T_* - 1)^{0.5(3\nu+1)} \quad \dots\dots (15)$$

また、非平衡部分の流砂量は、

$$\frac{q_{BP}}{q_{B0}} \approx \frac{1 - \exp \left\{ - \frac{\tan \theta}{\mu_s} K_1 K_2 (T_* - 1)^{0.5(3\nu+1)} \frac{L-p}{d} \right\}}{1 - \exp \left\{ - \frac{\tan \theta}{\mu_s} K_1 K_2 (T_* - 1)^{0.5(3\nu+1)} \frac{L}{d} \right\}} \quad \dots\dots (16)$$

4. 理論と実験値の比較

実験は、第30回年講に報告した側壁浸食量測定用水路を改良しておこなわれた。この水路は、斜面と河床の境界にスリットを設けてあり、浸食砂は、これを通じて落下し、荷重計によって測定される。また、スリットの存在により、斜面こう配は比較的に一様にたもたれ、(13)～(16)式の検証には都合がよい。図-2は、荷重計からえられた q_{B0} の時間平均値を用いて(15)式との比較をおこなったものであるが、 $T_* \approx \tau_*/\tau_{*c}$ 、 $\tan \theta = h/b$ (h : 水深、 b : 斜面の基底幅)としたとき $(3\nu+1) = 5/4$ すなわち $\nu = 1/2, K_1 = 0.125$ に対して、両者は一致する。また、図-3は、 $K_2 = 220$ に対する(16)式であるが実験値との対応は良好である。

