

## II-220 開水路の総流砂量について

東京工大 学生員 石川 忠晴  
同 上 正会員 吉川 秀夫

### 1. はじめに

流砂は運動様式の違いに基づき掃流砂と浮遊砂に大別される。流砂量を求める場合は、一部の実験式を除くと、これらを別々に解析して後でたし合わせる方法がとられている。しかし、そのように別々に取り扱くと、両者の関係が不明確になり、理論上未定の部分が残る。そこで、本研究では掃流砂と浮遊砂とをひとつの運動モデルを用いて表わし、流砂運動を統一的に扱うことを試みた。

### 2. 理論

粒子の運動状態を観察すると、ひとつの粒子が掃流から浮遊、浮遊から掃流という具合に状態を変えながら流下している。そこでまずこの運動を次のようにモデル化する。(I図)

- ① 粒子は時間ステップ  $\Delta t$  毎に確率的に上昇又は流降する。
- ② 粒子が底に到達した場合には、上昇する条件が与えられるまで河床上を流下する。

- ③ 粒子の移動の確率的性質は空間に依存しない。

以上の運動条件に基づく定常状態の粒子の存在確率密度  $f(y)$  はワンステップの移動量  $\eta$  の確率密度  $g(\eta)$  で表わされる。

$$f(y) = \pi \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(y-\eta) g(\eta) d\eta \right] \quad (7)$$

$g(\eta)$  をラプラス分布と仮定すれば、 $f(y)$  は次式となる。

$$f(y) = (1-\omega) \delta(y) + \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \omega (1-\omega) \exp\{-\sqrt{2}(1-\omega) \frac{y}{\sigma}\} \quad (2)$$

ただし、 $\omega(2-\omega) = \exp\{-\sqrt{2}(1-\omega) \frac{\eta_0}{\sigma}\}$  ,  $-\eta_0$ ;  $\eta$  の平均値,  $\sigma$ ;  $\eta$  の標準偏差。

これから濃度分布は次のように書かれる。

$$C(y) = \frac{\pi}{\sigma} d^3 N_0 \left[ \delta(y) + \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \omega \exp\{-\sqrt{2}(1-\omega) \frac{y}{\sigma}\} \right] \quad (3)$$

ここに  $d$  は粒径,  $N_0$  は単位面積あたりの掃流状態にある粒子個数である。このモデルは4つのパラメーター、 $\eta_0$ ,  $\sigma$ ,  $\Delta t$ ,  $N_0$  を含んでいる。次にこれらを定める。粒子と水の相対運動を次のように仮定する。“粒子はそれを含む水塊に対して沉降速度  $\omega$  で相対的に流降する。” これより  $\eta$  と  $\sigma$  は次のように表わされる。

$$\eta_0 = \omega \Delta t, \quad \sigma = \sqrt{\bar{v}^2} \Delta t \quad (4)$$

上記のモデルで粒子がかなり軽い場合を考えれば、一度浮き上がった粒子に対しては②の条件をはずしても良い近似が得られるはずである。そのような条件のもとで本モデルを変形すると次の拡散方程式が得られる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \omega_s \frac{\partial f}{\partial y} + E_s \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad E_s = \frac{1}{2} \bar{v}^2 \Delta t \quad (5)$$

$E_s$  として開水路の断面平均値をとり、 $\sqrt{\bar{v}^2} \approx 0.8 u_*$  とすれば、 $\Delta t$  は次式となる。

$$\Delta t = 0.625 \kappa \frac{H}{u_*} \quad (6)$$

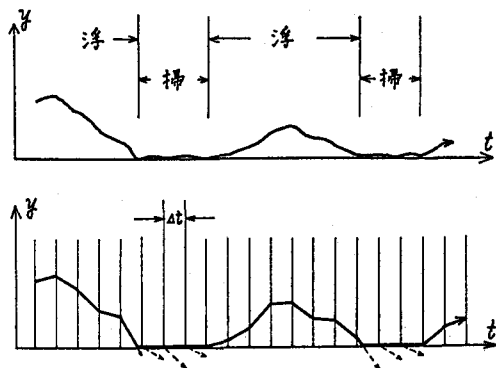


図 1

次に $N_b$ を求める。佐藤、吉川、芦田の力種方程式に基づけば、次式が得られる。

$$N_b = \int_0^\infty P f(P) dP / \left\{ \frac{\pi}{8} (B-P) g d^3 \right\} \quad \text{ただし, } P: \text{揚圧力, } P_c: \text{限界揚圧力} \quad (7)$$

$$f(P): \text{揚圧力の確率密度}$$

揚圧力の分布が変動係数 $1/2$ の Gauss 分布で近似できるとし、

平均揚圧力を Chepil の測定結果に基づき  $0.88 P u_*^2$  とすれば次のようになる。

$$N_b d^3 = f_1(\tau_*) = 1.68 \tau_* \left[ \Phi\left(\frac{4.52}{\tau_*} - 2\right) + 0.199 \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{4.52}{\tau_*} - 2\right)^2\right\} \right] \quad (8)$$

ただし,  $\tau_* = u_*^2 / (B(P-1)gd$ ,  $\Phi(z) = \int_z^\infty \exp(-\frac{t^2}{2}) dt / \sqrt{2\pi}$

以上の結果、鉛直濃度分布は次式で表わされる。

$$C(\zeta) = \frac{1}{H} f_1(\tau_*) [\alpha \exp(-\beta \zeta) + \gamma \delta(\zeta)] \quad \text{ここに } \zeta = y/H, \alpha = \frac{1.48}{K} \omega, \beta = \frac{2.83}{K} (1-\omega) \quad (9)$$

$$\gamma = 0.524$$

渦動粘性係数として断面平均値を用いると速度分布は次式で与えられる。

$$\frac{u}{u_*} = a \left( \zeta - \frac{\zeta^2}{2} \right) + b \quad \text{ここに, } a = \frac{6}{K} \frac{u_*}{u_*}, b = 1 - \frac{2}{K} \frac{u_*}{u_*} \quad (10)$$

(9), (10) 式より、平均濃度について次式を得る。

$$\bar{C}_T = \frac{d}{H} f_1(\tau_*) \left[ a \alpha \left\{ \frac{\beta-1}{\beta^2} + \frac{-\beta^2 \beta + 1}{2\beta^2} \exp(-\beta) \right\} + \frac{\alpha b}{\beta} \{ 1 - \exp(-\beta) \} + b \gamma \right] \quad (11)$$

### 3. 水路実験データーの比較

図2は鉛直濃度分布について比較を行なったものである。底面の近くを除くとかなり良く一致していると言える。また底付近の高濃度の部分には押流に近い状態の粒子が多く含まれていると考えられるが、本理論ではこれをデルタ関数で表わしている(図には記入していない)。平均濃度 $\bar{C}_T$ が一致していることから、底付近の値のズレは主にこの数学的表示の違いによると思われる。

図3は文献(2)のデーターを用いて平均濃度について比較したものである。低濃度の部分については多少バラツキが見られるが、全体的には理論値と測定値は良く一致していると言える。

### 4. おわりに

押流砂と浮遊砂をひとつの運動モデルを用いて表わし、これから全流砂量の表示式を導いた。文献(1), (2)のデーターを用いて検討したところ、理論値と測定値はかなり良く一致した。

#### 参考文献

- (1) 福岡, 吉川; 東工大土木工学科研究報告 No.10  
1971, June
- (2) Guy, Simons, Richardson; Geological Survey  
professional paper 462-1, 1966

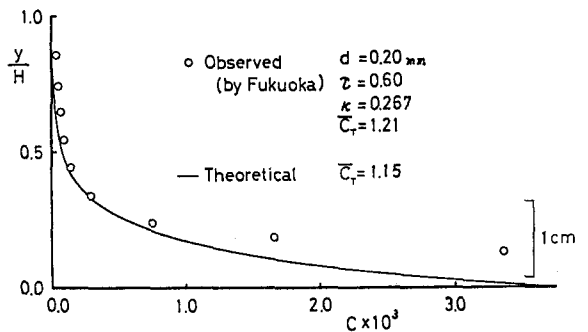


図 2

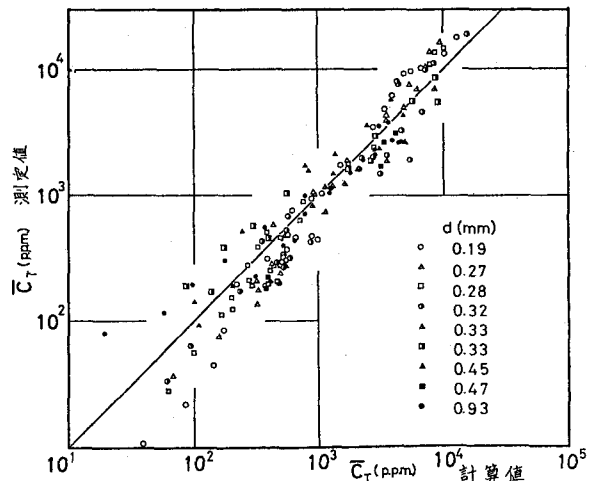


図 3