

1. さき 混合砂河床においては、個々の砂粒子の移送される速さが粒径によって異なるため流入砂の粒度組成が急に変化した場合、河床砂の粒度組成もそれに応答して場地的・時間的に変化してゆく。河床高の微小擾乱の伝播という非定常問題の研究は de Vries¹⁾ によって均一砂河床に関して始められたが、混合砂河床の場合は河床高の他に砂の粒度組成がもう一つの变量となる。本研究は、均一砂河床木路上流端からの流入砂の粒度組成をわずかに変えたときその影響がどのように下流に伝播していくかについて考察したものである。

2. 粒度組成に関する微小擾乱の伝播速度 河床上で移動している砂の平均的厚さ δ (平均的 dune 高の約 $1/2$)、 g_i と粒径 d_i の砂の流量、 p_i と河床における粒径 d_i の砂の占める重量割合、 π と砂の空隙率、 z , x , t とそれぞれ河床高、流下方向距離、経過時間とすると、粒径 d_i の砂の連続式および全流砂に対する連続式はそれぞれ次式のようになる。ただし、 $g_{it} = \sum g_i$ である。

$$(1-\pi)p_i \frac{\partial}{\partial t} (z-\delta) + \frac{\partial}{\partial x} \{ \delta (1-\pi) p_i \} + \frac{\partial g_i}{\partial x} = 0 \quad \cdots (1), \quad (1-\pi) \frac{\partial}{\partial t} (z-\delta) + \frac{\partial}{\partial x} \{ \delta (1-\pi) \} + \frac{\partial g_t}{\partial x} = 0 \quad \cdots (2)$$

g_i は平野²⁾、芦田・道上³⁾ によると、 f_i は混合砂中の各粒径砂に対しての限界掃流力を用いて修正した粒径 d_i の均一砂に対する流砂量とすると、 $g_i = p_i \cdot f_i$ $\cdots (3)$ と示され、 f_m と $d_m = d_m$ (平均粒径) のときの f_i とすると、 $g_{it} = f_m$ $\cdots (4)$ である。一、流砂に関する運動方程式と連続式はそれぞれ次式のように表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = - \frac{\tau_b}{\rho_m R_b} \quad \cdots (5), \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0 \quad \cdots (6)$$

ただし、 u は流速、 τ_b は河床せん断応力、 ρ は水の密度、 R_b および ρ はそれぞれ河床深および水深である。流砂のみに注目した時は式(5)および(6)から特性曲線法を用いて水面での微小擾乱の伝播速度 $C_{1,2}$ を求めることができ、よく知られているように、

$$C_{1,2} = (dx/dt)_\pm = u \pm \sqrt{gh} \quad \cdots (7)$$

de Vries¹⁾ は河床高の擾乱の伝播速度 C_3 が $C_3 \ll |C_{1,2}|$ の仮定のもとに、

$$C_3 = \frac{1}{1-\pi} \frac{1}{1-F_r^2} \frac{1}{h} \frac{\partial f_m}{\partial u} \cdot u \quad \cdots (8)$$

と仮定し、 $F_r = u/\sqrt{gh}$ である。ここではさらに各粒径 d_i の砂の連続式(1)を加えて粒度組成 p_i の擾乱伝播速度を $C_3 \ll |C_{1,2}|$ と仮定し式(5)で $\partial u/\partial t = 0$ のもとに求める。すなわち、式(3)および(4)をそれぞれ式(1)および(2)に代入し、 $\tau_b/\rho_m R_b = W$, $\alpha = 1/(1-\pi)$ とし、 δ および α を一定とすると、次式が関係

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx, \quad dz = \frac{\partial z}{\partial t} dt + \frac{\partial z}{\partial x} dx, \quad dp_i = \frac{\partial p_i}{\partial t} dt + \frac{\partial p_i}{\partial x} dx \quad \cdots (9)$$

を用いることによって次の式(10)が得られる。ただし、 $\beta = u(1-1/F_r^2)$ である。

$$\begin{pmatrix} 0 & \beta & 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & \alpha p_i (\partial u/\partial x) & p_i & 0 & \delta & \alpha (\partial g_i/\partial p_i) \\ 0 & \alpha (\partial u/\partial x) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial u/\partial t \\ \partial u/\partial x \\ \partial z/\partial t \\ \partial z/\partial x \\ \partial p_i/\partial t \\ \partial p_i/\partial x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -W \\ 0 \\ 0 \\ dx \\ dt \\ dp_i \end{pmatrix} \quad \cdots (10)$$

特性曲線法に従って(A)のデターミ

ナントを0にすることによって、

$x-t$ 平面上における特性方向 dx/dt

を求めることができる。すなわち、

$$|A| = dt \{ -\beta \delta (dx)^2 + \alpha \beta \frac{\partial g_i}{\partial p_i} dx dt - g \delta \alpha \frac{\partial f_m}{\partial x} dt dx + \alpha^2 g \frac{\partial g_i}{\partial p_i} \frac{\partial f_m}{\partial x} (dt)^2 \}$$

$$= 0 \quad \cdots (11)$$

より、

$$dt = 0 \quad \cdots (12), \quad C_3 = \left(\frac{dx}{dt} \right)_3 = - \frac{g \delta \alpha \frac{\partial f_m}{\partial x}}{\beta \delta} = - \frac{1}{1-\pi} \frac{1}{h} \frac{\partial f_m}{\partial u} \cdot u \quad \cdots (13)$$

$$= \frac{1}{1-\pi} \frac{1}{\delta} (f_i + p_i \frac{\partial f_i}{\partial p_i}) \quad \cdots (14)$$

が得られる。式(12)は C_3 ではなく C_{4i} が $C_{1,2}$ に比べて $C_{1,2} \pm 10$ とみられることを示しており、 C_3 or $C_{4i} \ll |C_{1,2}|$ の仮定そのものである。式(13)は河床高の微小擾乱の伝播速度であって de Vries の求めた式(8)と一致する。式(14)は粒径 d_i の砂が河床に占める割合 p_i の微小変化が下流側に伝播する速度であり、 δ および f_i を与えれば C_{4i} が求まることになる。いま、 $f_i = C \sqrt{g \delta d_i^3} (Z_{rei} - Z_{rci})^n$ $\cdots (15)$ と示された流砂量式を考へる。ここに、 $\Delta = \beta/\rho_m - 1$, ρ_s は砂の密度、 $Z_{rei} (= U_{ci}^2/g \delta d_i)$ は無次元有効掃流力、 Z_{rci} は Epiaganoff⁴⁾ によれば $Z_{rci} = K/(\log 19 \frac{U_{ci}}{d_m})^2$ $\cdots (16)$ と示される。また、 C , n および K は定数であって、式(15)

について Meyer-Peter & Müller の式を用いると, $C=8$, $n=3/2$, $K=0.078$ となる。11) p_i に微小変化があっても河床形態の変化はほとんどないとする, $\partial z_{bed}/\partial p_i \approx 0$ とする。また, $\partial z_{bed}/\partial p_i$ については, $dm = \sum p_i d_i$ とあるから, $\partial z_{bed}/\partial p_i = (dz_{bed}/dm) \cdot \partial dm/\partial p_i$ とする。12) また, 式(14)は, 式(15)のようになる。

$$C_{ci} = \frac{\alpha}{\beta} C \sqrt{g d_i^3} (z_{bed} - z_{ci})^n + \frac{\alpha}{\beta} n C \sqrt{g d_i} (z_{bed} - z_{ci})^{n-1} \left(-\frac{dz_{bed}}{dm} \right) \left(\frac{\partial dm}{\partial p_i} \right) \cdot p_i \quad (16)$$

また, $dz_{bed}/dm = 0.156 (\log 19 d_i/d_m)^{-3} d_m^{-1}$ とする。

流入砂の中で粒径 d_i の砂が占める割合 $p_i^{(1)}$ あるいは $p_i^{(0)}$ が河床砂の粒径の割合 $p_i^{(0)}$ と異なる時, 式(16)で計算される $C_{ci}^{(1)}$ あるいは $C_{ci}^{(2)}$ が $C_{ci}^{(0)}$ と異なるが, 図1にそれらの大小により, 河床での p_i の変化特性が異なることが示されている。すなわち, $C_{ci}^{(1)} > C_{ci}^{(0)} > C_{ci}^{(2)}$ のときは p_i の分布は時間の経過とともに平坦になり, 逆に $C_{ci}^{(1)} < C_{ci}^{(0)} < C_{ci}^{(2)}$ のときは最終的にはニョクフロントを形成し p_i の微小擾乱は $C_{ci}^{(1)} = (p_i^{(1)} - p_i^{(0)}) / (p_i^{(0)} - p_i^{(2)}) \dots (17)$ で下流に伝達される。

3. 実験および結果の考察 実験は, 上流端に自動給砂装置を有する幅0.5m, 長さ23m, 深さ0.5mの長方形断面コンクリート製水路を用い, 表1に示す条件で行なわれた。河床砂の粒度組成を調べるための採砂は移動層での p_i の平均を求めるため dune の峰から谷までの砂について行なった。図2は式(3)および式(15)について調べたもので, 定常状態における流入(流出)土砂の d_i の割合 p_i と河床砂の割合 p_i の関係 $p_i' = g_i / \sum g_i = p_i f_i / \sum p_i f_i \dots (18)$ を用いている。すなわち図中破線で示される曲線は河床砂の粒度分布であり, 実線は破線から式(3), (15)および(18)を用いて求めた計算曲線であるが, 丸印で示される実験値とほぼ一致していることが認められる。河床の粒度組成の変化に関する実験 Run 2, Run 4 の結果が図3に示されている。すなわち, 図2での sand(A) および sand(B) を粒径 d_1 および d_2 の均一砂とみなし, それぞれの河床での占める割合を p_1 および p_2 とすると, Run 1 では $p_1=0$, $p_2=1$ の河床へ上流端から $p_1'=0.25$ ($p_1 \approx 0.20$), $p_2'=0.75$ の給砂があったときの河床の粒度組成の時間的, 場所的変化を求め, Run 2 では粒度組成が逆の場合についてである。図中大線で示されている曲線は $dm = d_1 p_1 + d_2 p_2 = p_1(d_1 - d_2) + d_2$ から求まる

$\frac{\partial dm}{\partial p_1} = (d_1 - d_2)$ の関係および式(16)を用いて計算したものである。採砂を適切に行なうことの困難さに基づくであろう実験データのバラツキはあるものの実験データと理論曲線はかなり高い一致を示していることが認められる。

本研究はオランダ・デルフト工科大学の de Vries 教授の指導のもとになされた。謝意を表す。

参考文献

- 1) de Vries, M.: Consideration about non-steady transport in open channels, I.A.H.R., Leningrad, 1965
- 2) 平野: Armoring とおなじ河床底下に於て, 土木学会誌, 1975, 1971
- 3) 井田・道上: 混合砂の河床移動に関する研究, 土木学会誌, 1971
- 4) Egrigazoff, I.V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentration, Proc. ASCE, HY4, 1965

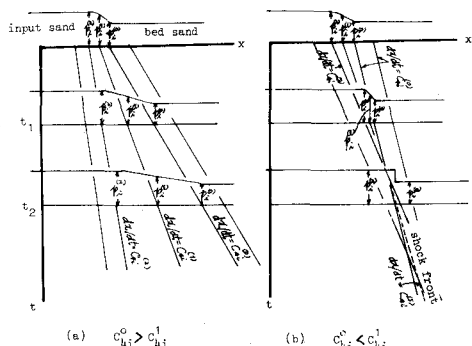


図1 粒度組成擾乱の伝播

表1 実験条件

Run	1	2	3	4
bed sand	sand(a) 100%	(a)100%	sand(b)100%	(b)100%
input sand	(a) 100%	(a)75% (b)25%	(b)100%	(a)25% (b)75%
bed slope 1	1.10×10^{-3}	1.10×10^{-3}	1.06×10^{-3}	1.00×10^{-3}
water depth(m)	0.185	0.190	0.165	0.200
flow velocity(m/s)	0.49	0.47	0.49	0.45

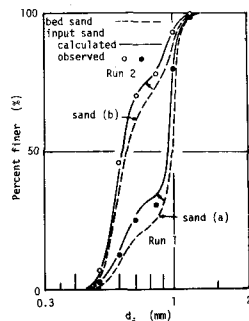


図2 流砂と河床砂の粒度分布

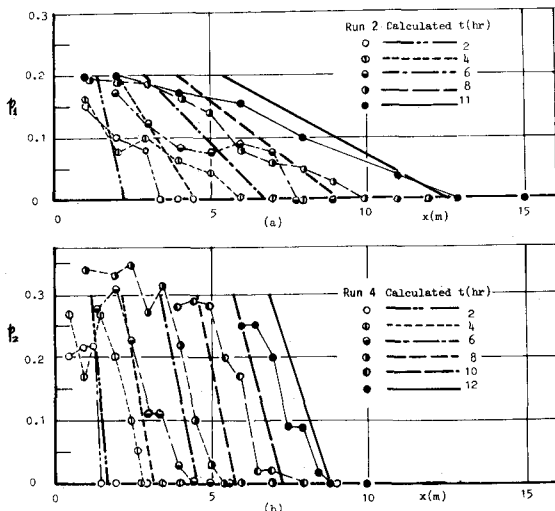


図3 河床砂粒度組成の時間変化