

京都大学大学院 学生員 原 稔明
 京都大学大学院 学生員 辻本 哲郎
 京都大学工学部 正員 中川 博次

1. まえがき 掃流砂れきの流送過程において特徴的な事は運動が確率的であること、何らかの条件下で非平衡性が出現することであり、こうした事実に着目した研究が重要であると考えられる。本報は、とくに非平衡性が顕著に出現する混合砂れきの流送過程をとりあげ、これを掃流砂れきに対する stochastic model を用いて記述し、非平衡現象の結果としての armoring の伝播特性について、数値モデルを例に挙げて検討考察したものである。

2. Armor coat の伝播過程のモデル化 本報では、Gessler¹⁾の定義する parallel degradation の場合について論じる。

図-1に示すように混合砂れきからなる移動床部を K 個の長さ Δx の区間に分割し、距離変数を離散量として扱う。この場合、第 k 区間は $(k-1)\Delta x \leq x < k\Delta x$ の領域を看做す。ここで、長さ方向の刻み幅 Δx は最小粒径の砂の平均 step length より充分短く、河床材料の最大粒径よりは充分長くしていることが必要である。また、 $x = K\Delta x$ の位置に採砂箱が設置され、ここで流砂量が測定されるものと想定する。さて、時刻 t における k 区間でのサイフラスの粒度の砂、水路単位幅当りの表面露出面数を $n_{ik}(t)$ とすると、その区間での個数分布 $p_{ik}(t)$ 、粒度分布 $p_{ik}(t)$ 、平均粒径 $d_{mk}(t)$ はそれぞれ次式で与えられる。

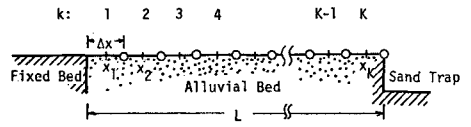


図-1 記号図

$\hat{p}_{ik}(t) = n_{ik}(t) / \sum_{j=1}^N n_{jk}(t) \dots (1)$ $p_{ik}(t) = \hat{p}_{ik}(t) d_i^2 / \sum_{j=1}^N \{\hat{p}_{jk}(t) d_j^2\} \dots (2)$

$d_{mk}(t) = \sum_{j=1}^N d_j p_{jk}(t) \dots (3)$ ここで、時刻 t から微小時間 Δt の間に k 区間から離脱するサイフラスの砂粒個数 $\Delta M_{ik}(t)$ 、またこの区間に落下するサイフラスの砂粒個数 $\Delta Q_{ik}(t)$ はそれぞれ次のように表わすことができる。

$\Delta M_{ik}(t) = n_{ik}(t) p_{ik}(t) \Delta t \dots (4)$ $\Delta Q_{ik}(t) = \sum_{j=1}^{k-1} \Delta M_{jk}(t) / \mu_{i,k-1} \dots (5)$ ここで、 p_{ik} は k 区間でのサイフラスの砂粒の pick-up rate であり、 $\mu_{i,k-1}$ はサイフラスの砂粒の step length を X_i とするとき、

$\mu_{i,k-1} = \text{prob.}[(k-1)\Delta x \leq X_i < (k-1+1)\Delta x] \dots (6)$ を表わし、これは parallel degradation の場合、場所的、時間的に変化しないものと仮定できよう。 p_{ik} の時間的、場所的变化もこの場合は床面の粒度構成の変化によるもので、平均非理量は変化しないものと仮定されている。さて、上述のような砂粒の離脱、落下が起きることによって、床面部の幾分かが新規に露出し、この部分の粒度構成が初期条件 p_{i0} に等しいものと見なせることから、時刻 $(t+\Delta t)$ での第 k 区間のサイフラスの砂粒の表面露出面数は、次のようになる。

$$n_{ik}(t+\Delta t) = n_{ik}(t) - \Delta M_{ik}(t) + \Delta Q_{ik}(t) + \frac{p_{i0}}{d_i^2} \sum_{j=1}^N [\{\Delta M_{jk}(t) - \Delta Q_{jk}(t)\} d_j^2] \dots (7)$$

これを $\Delta t \rightarrow 0$ として $n_{ik}(t)$ に関する微分方程式が導かれ、これは次式で表わすことができる。

$$\dot{n}_{ik}(t) = \sum_{j=1}^N \left[\left(\frac{p_{i0}}{d_i^2} d_j^2 - \delta_{ij} \right) \sum_{l=1}^K \{ \mu_{j,l-1} p_{jl}(t) n_{jl}(t) \} \right] \dots (8)$$

$$\mu_{j,l-1} = \begin{cases} \mu_{i,l-1} & (l < k) \\ -1 & (l = k) \\ 0 & (l > k) \end{cases} \dots (9)$$

であり、 δ_{ij} は Kronecker's delta である。次に、 K 区間の直下流に想定設置された採砂箱に収集される流砂量について検討する。時刻 t から微小時間 Δt の間に採砂箱に収集される第 i フラスの砂粒個数のうち k 区間からのものは、1 step の運動時間が無視されるとして、 $\Delta M_{ik}(t) \sum_{s=K-k}^{\infty} \mu_{is}$ で与えられる。

したがって、この間に収集されるサイフラスの総砂粒個数は、 $\Delta \bar{Q}_i(t) = \sum_{k=1}^K \{ n_{ik}(t) p_{ik}(t) \cdot \sum_{s=K-k}^{\infty} \mu_{is} \} \Delta t \dots (10)$ となり、これを流砂量(単位時間当りの実質体積)として表示すると、

$$q_{oi}(t) = \sum_{k=1}^K \{ n_{ik}(t) p_{ik}(t) \cdot \sum_{s=K-k}^{\infty} \mu_{is} \} \cdot \frac{\pi}{6} d_i^3 \dots (11)$$

となる。これは、混合砂れきに対する粒径別非平衡流砂量式で、一般に、時刻 t 、流砂量測定区間 $(K\Delta x)$ の関数となる。

3. 混合砂れきの流送特性と Armoring の伝播特性 これまで述べたように、混合砂れきの粒径別 pick-up rate, step length およびその分布を知れば、非平衡性に留意しながら混合砂れきの流送過程および armoring

の伝播過程が説明できる。しかし混合砂の運動機構についての知見はきわめて乏しく、その詳細は今後の研究に委ねるとして、ここでは従来の研究成果をもとに、水理量および粒度構成とこれらの運動特性量との間の基本的関係を推定し、先のモデルに基づいた数値計算例を検討することにします。まず、pick-up rate については、均一砂について着目者が先に導いた式は、次式により近似することができる。

$$P_{*i} = P_{*i0} d_i / (d_i - 1) = F_0 \tau_{*i} \left\{ 1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*ci}} \right\}^2 U \left(\tau_{*ci} - \tau_{*ci} \right) \dots (12) \quad \text{ここに、} U \text{ は unit step 関数}$$

であり、 τ_{*ci} は砂粒の移動限界までの無次元せん断応力である。混合砂の場合最も影響されるのは τ_{*ci} で、これに対しては各粒径ごとの露出高さの違いを考慮し、対数則で与えた局所流速の代表高さを粒径に比例させた Eginzaroff の考え方が一近似として許されよう。これより、

$$\tau_{*ci} = \tau_{*c0} \left\{ \ln(30.1d) / \ln(30.1d_{50}) \right\} \dots (13) \quad P_{*i0} = F_0 \tau_{*i} \left\{ 1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*ci}} \right\}^2 U \left(\tau_{*ci} - \tau_{*ci} \right) \dots (14)$$

で粒径別 pick-up rate を求めることにする。なお、 d_i は代表流速の作用高さを d で無次元化したもので Eginzaroff の結果より 0.63 とした。また d_{50} は d_{50}/d_m である。式(14)による粒径別 pick-up rate と実験値^(4,5)と比較したのが図2で、これにより P_{*i} の概略値は推定される。

一方、step length については殆ど明らかにされていないが、これは主に砂の床面との摩擦に因来していると考えられるから、均一砂の場合と同様に τ_{*ci} の大きくない範囲では粒径に比例しているものと仮定できよう。これについては今後トレーサ実験等と検討する必要がある。以上のように運動特性量を推定して、ここに適用したモデルに基づいた数値計算した例を示す ($u_* = 6.0 \text{ cm/sec}$ の場合)。図3は固定床にすぐ持続する場所での

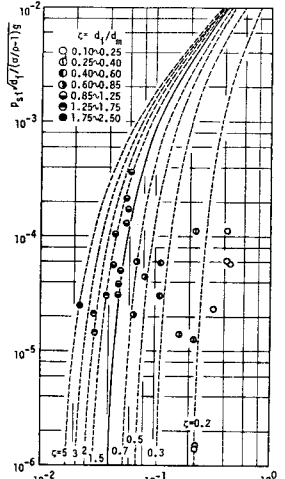


図2 粒径別 pick-up rate

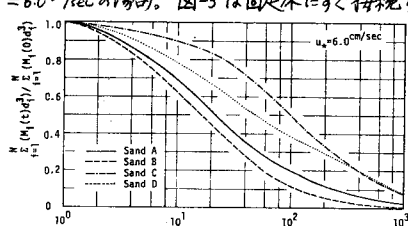


図4 混合砂床部からの流出砂量

粗粒化過程を粒度分布によって比較したもの、図4は

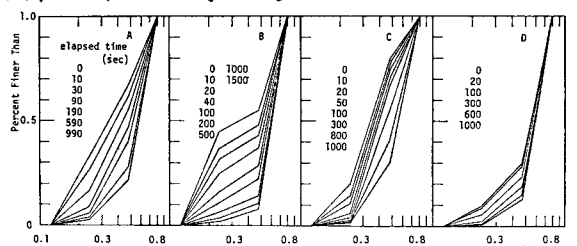


図3 粗粒化過程の粒度分布に対する比較

その部分から離脱する砂量の時間的変化を示したものである。また図5は Armoring の伝播特性を示したものであり、各場所の平均粒径の時間的変化は図6に示している。また図7は水路端での粒径別流砂量、総流砂量の時間的変化を示したものである。

これらにより、混合砂の流送での非平衡性およびそれに伴う粗粒化がよく理解される。

4. あとがき

今後混合砂の運動機構を明確にするためトレーサ実験等を行ない、モデルを改良するとともに、Armoring の水路実験を行ってモデルを検証する予定である。

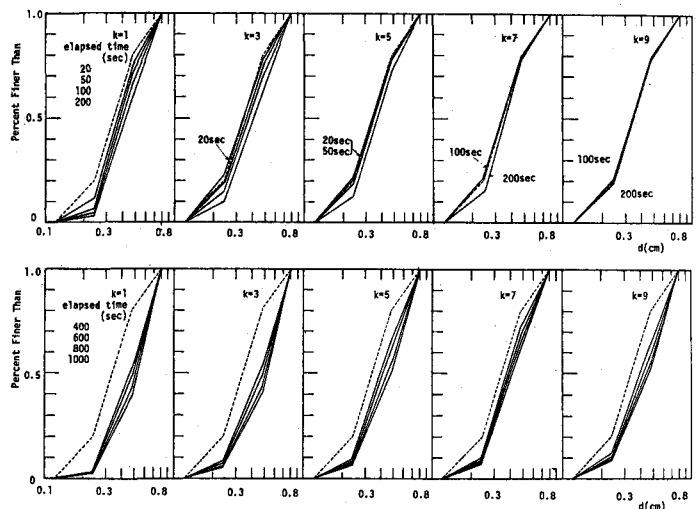


図5 Armoring の伝播特性

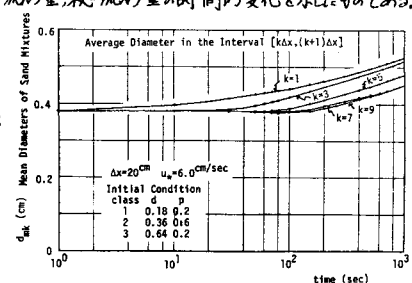


図6 平均粒径の時間的変化

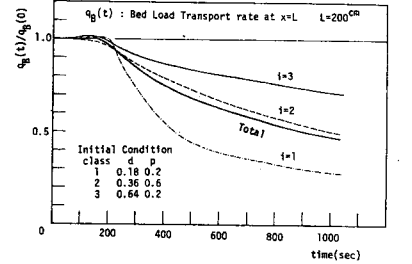


図7 流砂量の時間的変化

<参考文献> 1) Gesler: Proc. ASCE, WW, 1970. 2) 中川, 日本: 土木学会論文報告集, 1975. 3) Eginzaroff: Proc. ASCE, HY, 1965. 4) 土佐: 筑大研年報, 1965. 5) 加藤, 土木学会論文報告集, 1972.