

東京大学 学生員 岩崎光隆
東京大学 正会員 堀川清司

1. まえがき 複断面開水路の低水数部と高水数部との境界近傍においては、高水数先端近傍から低水数表面への低平均速度領域や、斜昇流の存在によって、その性質が特徴づけられる。¹⁾ 本研究においてはこの領域について、斜昇流の発生原因や、主流の流速分布の歪みの原因についての説明を試みる。一方矩形断面を持つ直線水路の流れにおいて、吉川、池田によって二次流の発生原因が説明された。²⁾ それによると以下の点がはつきりしたと考えられる。1) 矩形断面を有する直線流れでは、Reynolds 応力の不均衡により二次流が生じる。2) 渦動粘性係数を断面内で一定とし、Reynolds 方程式中の非線形項を無視して、簡略化した取り扱いにもかかわらず、二次流の分布形をよく表わすことができる。本論文は、基本的にはこの矩形断面内の二次流に対する取り扱いにならう、これを複断面隅角部に適用したものである。

2. 二次流についての実験ならびに考察 図-1に示すように座標軸をとり、 U, V, W をそれぞれ x, y, z 軸方向への平均流速、 u, v, w とその乱れ成分とする。 $y-z$ 軸面の Reynolds 方程式および連続の方程式を用い、これより圧力項を消去して、オーダーの小さい項を無視し、かつ流関数を定義し、Boussinesq による渦動粘性係数 ϵ を断面内で一定として導入すると、二次流を表わす基礎式は次のようになる。但し、“ $-$ ”は時間平均値を示す。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{v^2} - \overline{w^2}) \quad \dots (1)$$

(1)式の右辺の $(\overline{v^2} - \overline{w^2})$ を実測し、境界条件 $\psi=0, \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0$ のもとに差分で解を求めることとする。 ϵ は第一近似として、 $\kappa \times (\text{摩擦速度}) \times (\text{平均水深})/6$ を用いた。

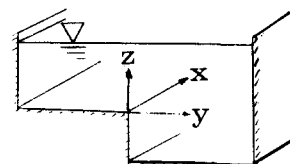


図-1 座標軸の配置

実験に使用した水路は長さ6m、低水数と高水数の巾が40cm、高水数側の水深6cm、低水数側水深12cmで、測定は上流端より4m下流側とした。高水数と低水数の境界近傍で、1.3cm 間隔の格子状に47測定点で測定した。乱れは熱線流速計を用いて測定し、出力を一旦デジタレコーダにとり、A-D変換機を介してコンピュータで処理した。サンプリングは $1/20$ 秒間隔で行ない、測定時間は12.8秒である。測定により得られた値を用いて、一格子間隔を4等分してその間を直線近似した。

このようにして $(\overline{v^2} - \overline{w^2})$ を測定して、(1)式の ψ について解き、 $V = \frac{\partial \psi}{\partial z}$, $W = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$ により二次流を計算した結果を示したのが図-2である。今回は隅角部において発生する二次流の反ばり影響範囲は、ごく限られていと考え、高水路側に3.9cm、低水路側に5.2cmの範囲に二次流の境界を設けた。

3. 主流の流速分布の歪みについて 取り扱いを簡略化するために、領域を二つに分けて考えるものとする。図-3に示したように、渦度が鉛直方向に多く輸送される領域Aと、水平方向に多く輸送される領域Bとに分けた。また、図-4のように、高水数側の領域端の表面流速を U_1 、低水数側のそれを U_2 とした。 $U = U_0 + \tilde{u}$ とし、 U_0 と二次流によって影響を受けない場合の主流の流速、 $\tilde{u}$ を二次流による歪みの流速とする。

歪みのない場合の主流の流速分布は、壁面から法線方向には対数分布となることが予想され、A, B それぞれの領域では次式が成り立つものとする。これらの計算値は図-5に示される。

$$A \text{ 領域: } U_0 = \frac{U_2 - U_1}{b_1 + b_2} y + \frac{b_2 U_1 - b_1 U_2}{b_1 + b_2} + \frac{U_f}{\kappa} \ln \frac{z}{h_2}, \quad B \text{ 領域: } U_0 = U_2 + \frac{U_f}{\kappa} \left(\ln \frac{z + h_1}{h_1 + h_2} + \ln \frac{y}{b_2} \right) \quad \dots (2) \quad \dots (3)$$

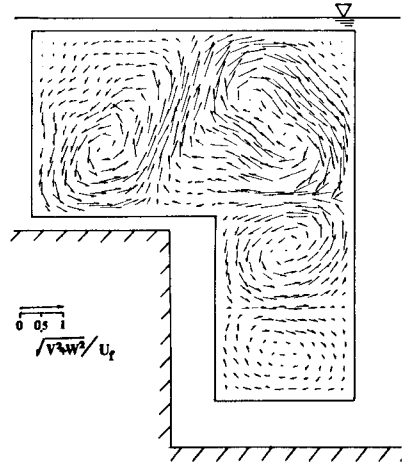
次に、二次流による歪みのある場合の流速分布について考察する。
主流方向の Reynolds 方程式は次式である。

$$V \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial y} + W \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial z} = \frac{\partial (-u w)}{\partial z} + \frac{\partial (-u v)}{\partial y} \quad \dots (4)$$

(4) 式の右辺について、A領域、B領域で、それぞれ次のようにおく。

$$\text{A領域} \begin{cases} -u w = \ell_z^2 \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial z} \left| \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial z} \right| = \kappa^2 z^2 \left\{ \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial z} \right\}^2 \\ -u v = \varepsilon \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial y} \end{cases} \quad \dots (5)$$

$$\text{B領域} \begin{cases} -u v = \ell_y^2 \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial y} \left| \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial y} \right| = \kappa^2 y^2 \left\{ \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial y} \right\}^2 \\ -u w = \varepsilon \frac{\partial (U_0 + \tilde{u})}{\partial z} \end{cases} \quad \dots (6)$$



(5)式～(8)式を(4)式に代入し、二次の微小項を省略して整理する
と次のようになる。

$$\text{A領域} \begin{cases} V \left\{ \frac{(U_2 - U_1)}{b_1 + b_2} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right\} + W \left\{ \frac{U_f}{\kappa z} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right\} \\ = 2 \kappa U_f \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + z \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \right) + \varepsilon \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} \end{cases} \quad \dots (9)$$

$$\text{B領域} \begin{cases} V \left\{ \frac{U_f}{\kappa y} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right\} + W \left\{ \frac{U_f}{\kappa (z + h_1)} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right\} \\ = 2 \kappa U_f \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + y \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} \right) + \varepsilon \left(-\frac{U_f}{\kappa (z + h_1)^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad \dots (10)$$

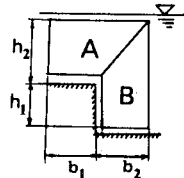


図-3 領域の分割

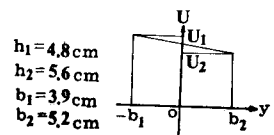


図-4 領域内の表面流速

これらを差分化して数値計算を行ない、 $\tilde{u}$ を求め、 U_0 を加え合わせた流速 U を求め、その等流速線を図示すると、図-6に示される。

一方、実測された主流の流速分布は図-7のようになる。測定にはフロベラ式流速計を用い、5～10mm間隔ごとに測定点を設け、90～120秒間の平均流速を求めた。図-6および図-7を見比べると、隅角部から低流速域が低水敷水面方向に広がっているのが両図ともに認められ、傾向は両者とも一致しているといえる。

4. 結論 隅角部から低水敷水面に向かう斜昇流の発生する原因が $(U^2 - \bar{u}^2)$ の勾配にあること、およびこの流れが原因となつて、隅角部近傍の主流の流速がおそくなることが明らかとなった。

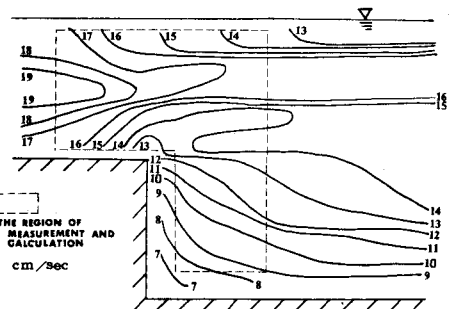
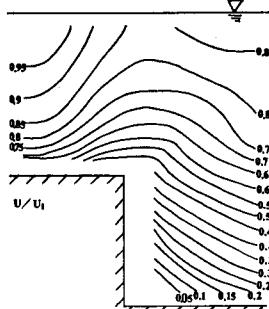
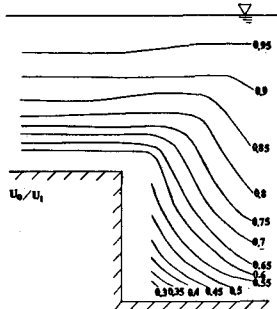


図-5 歪まないう時の等流速線 図-6 歪められた主流の等流速線 図-7 実測された主流の等流速線

(参考文献) 1) 今本博健、夕下俊夫 京大防災研年報17号B(1974) 2) 吉川秀夫、池田駿介 土木学会論文集第250号(1976)