

円管における Darcy-Weisbach の摩擦係数は Prandtl-Kármán の対数的速度分布式に基づき、Prandtl の滑面、Nikuradse の一様人工粗面および Colebrook による自然粗度の遷移領域を含んだ円管路に対する研究によってよく表わされている。長方形水路の流れは円管内の流れと相違して二次流が存在し、また自由水面の影響がある。しかし流れの抵抗則としてこれらの影響を考慮し、問題を厳密に解くことは困難である。そこで半経験的に多くの式が発表されている。ASCE の円水路の摩擦係数に関する Task Force Committee¹⁾ によりそれまでの広範な文献を調査し摩擦係数が円水路においても円管路と同様の滑面、自然粗度の遷移領域および粗面を含め、Moody type の抵抗則が摩擦係数の算定に用いてよいと推論している。長方形水路の流れを一般式として

$$\frac{1}{f} = -a \log\left(\frac{b}{Re f} + \frac{K_s}{CR}\right), \quad Re = \frac{4RU}{\nu} \quad (1)$$

で表わし、これらの a , b , C を理論および実験などによって決める。しかしながら、実験によって決めた結果は必然的に二次流および水面の影響が入ってくる。さらに粗面および半粗面水路においては粗度 K_s の評価が問題になってくる。

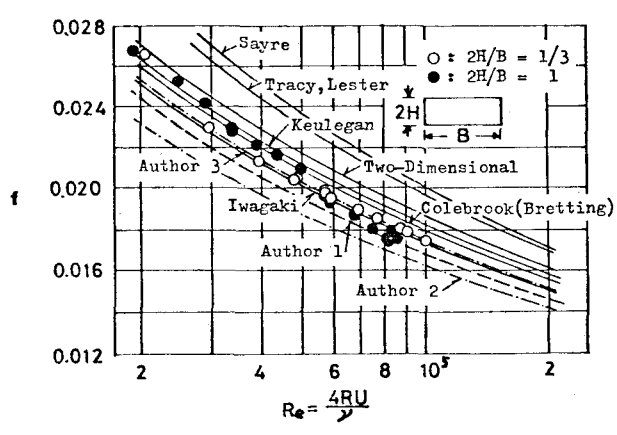
本報においては摩擦係数に対する二次流の影響について、粗度評価の問題をなくすため滑面水路に限定して考察する。また水面の影響を排除の意味から、実験結果との対比において Leuthesser²⁾ の $2H/B$ が $1/3$ と 1.0 の長方形管路の実験結果を用いる。よって式(1)右辺括弧内第二項は省略される。対数的抵抗式で示される研究結果のいくつかを表で表わす

と右表のようになる。ここに、 $U_{\text{平均}}$: 全断面の平均の摩擦速度、 $\bar{u}_{\text{底}}$: 底面の摩擦速度の平均値³⁾。乱流におけるエネルギーの消耗は流体内部の乱れの形成により規定されるが、流れの主たるエネルギー損失は境界摩擦により示されるから摩擦係数によって評価される。そこで二次流によるエネルギーの消耗を摩擦係数に繰り込んだ場合に、摩擦係数がどの程度増加するかを、著者の式に基づき Leuthesser の実験結果との対比から概略推算しようとした。

計算式	a	b	摘要
Colebrook	2	2.52	円管路, Prandtl
Keulegan	2.03	3.08	形状係数 $\beta \approx 0.1$
Bretting	2	2.512	波状係数を考慮
Thijse	2.03	3.033	広幅水路
Powell	2.62	16.04	Tranquil flow
岩垣	2.03	2.48	$Fr \leq 0.89$
Sayre	2.14	7.17	広幅水路
Tracy, Lester	2.03	4.37	$Fr = 0.14 - 3.96$
二次元	2.03	3.41	
著者 ³⁾	$2.03(\bar{u}_{\text{底}}/U_{\text{平均}})$	$3.41(U_{\text{底}}/\bar{u}_{\text{底}})(R/H)$	
著者簡易 ³⁾	2.03	$3.41(R/H)$	

表に示した各式の計算曲線と Leuthesser の実験値とを比較したのが次頁の図である。この図の Leuthesser の実験値で、 $2H/B$ が 1.0 のものと $1/3$ のものとは Reynolds 数によって相違が見られる。これは二次流を無視した場合の摩擦係数に対する二次流の影響が $2H/B$ によって（この場合、 1.0 と $1/3$ とで）Reynolds 数との関連において異なるのではないかと暗示するように思われる。なお、この図には Thijse の曲線は示してないが、この曲線は Keulegan の曲線よりやや上側をほぼ同様な傾向を持つ曲線である。Author 1 曲線は著者式で $2H/B$ が $1/3$ 、Author 2 曲線は $2H/B$ が 1.0 の計算曲線であり、また Author 3 曲線は著者簡易式の $2H/B$ が $1/3$ の計算曲線である。ここに示し

1. 諸式のうち著者, Colebrook, Keulegan および二次元の各式は二次流の影響を考慮していないが, その他の式はそれぞれの実験よりその実験に合うよう係数を決めた式であり, 二次流と水面の影響が入った式とみることが出来る。著者以外の式は係数が $2H/B$ などによらず一定であり, $2H/B$ が $1/3$ も 1.0 も Reynolds 数が同じであれば同じ摩擦係数値を与え, 図ではそれぞれ一本の曲線で表わされる。ひとつの理論立てによって抵抗式を求めた場合, 形状の影響が入ってくる。表の Keulegan の値は, その形状係数 β が長方形で, R/B が 0.05 で β が 0.049 , R/B が 0.25 で 0.193 と計算されたが, あまり変化しないと $\beta \approx 0.1$ と示された式である。足立の式はここに示していないが形状の影響が入っており, ただここに示した形にするにはやや複雑があるので割愛した。下図よりわかるように Powell の曲線を除いて, ほぼ同じ傾向を持つ曲線であることがわかる。二次流を考えないとき滑面水路としての摩擦係数の計算値が実験値より大きいことはあり得ないこととあり, Keulegan および Colebrook の曲線は Reynolds 数の大きいところと実験値が計算値より下側にあるという矛盾がある。これに反し, Author 1, Author 2 はそれぞれ Leuthesser の実験値の実験値の白丸および黒丸に対応し, 実験値より計算曲線が下側にありそのような矛盾がない。なお, Author 3 曲線は $2H/B$ が $1/3$ のとき著者簡易式による計算値であるが Leuthesser のこの場合についての実験値に最も良く一致している。このようなことから近似的であるが著者の式に基づいて摩擦係数の二次流の影響を推算しても大きな間違いはないように思われる。この結果によると, $2H/B$ が $1/3$ のときには摩擦係数の計算値に対し, 実験値はこの実験範囲では Reynolds 数に関係なくほぼ 4% 程度増大し, これが二次流の影響であると推定される。 $2H/B$ が 1.0 のときは実験値は Reynolds 数の増加と共に Author 2 曲線に接近することが見られる。摩擦係数は Reynolds 数が 2×10^4 でほぼ 15% 程度, また 8×10^4 では 4% 程度実験値が大きくなり, これが正方形管の場合の二次流による影響であると推定される。



— 参考文献 —

1. ASCE Hy. Div: Friction factors in open channels, Proc. ASCE Vol. 89 No. HY2, pp. 97-143, March 1963
2. Leuthesser: Turbulent flow in rectangular ducts, Proc. ASCE Vol. 89 No. HY3, pp. 1-19, May 1963
3. 木村喜代治: 長方形水路における流れの一近似解析, 土木学会論文報告集 251号, pp. 45-57, 昭和51年7月