

1. まえがき 諏訪湖は面積14km²、最大水深6.5m、平均水深4mたらずの非常に浅い湖で、一年間の大部分は鉛直方向に水温は一樣である。このため前報¹⁾では、二次元一層モデルを諏訪湖に適用した数値実験について述べた。鉛直方向の水温分布が顕著になるのは、夏期に数日間無風状態が続いた後であるが3m/s以上の風が半日ほど吹くとその水温分布はくすれ一様温度になってしまう。そこで本研究は二次元二層モデルを諏訪湖に適用した数値実験を行い、このことを確認するとともに二層状態における湖水の流動特性を調べることにする。

2. 基礎方程式²⁾ 浅い湖の流れを支配する方程式は、流れを定常と仮定すると上、下層に対し、 $-fV_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + K \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ (1), $f u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + K \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ (2), $g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$ (3), $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ (4), ($n=1, 2$) である。境界条件は水面で $K \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x$, $K \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_y$, 上層と下層の境界面 $z = -h$ で $K \frac{\partial u}{\partial z} = K \frac{\partial u}{\partial z}$, $K \frac{\partial v}{\partial z} = K \frac{\partial v}{\partial z}$, $p = p_2$, $u = u_2$, $v = v_2$, $w = w_2$, 湖底 $z = -H$ で $u_2 = v_2 = w_2 = 0$ である。ここに u, v, w は x, y, z 方向の流速で x, y は静水面内で、東、北にそれぞれ正であり、 z は鉛直方向で上に正で静水面を $z=0$ とする。 p は圧力、 ρ は水の密度、 K は鉛直混合係数、 g は重力加速度、 τ_x, τ_y は水面に作用する風によるせん断応力、 f はコリオリ係数、添字の数字1は上層を2は下層を意味する。 ρ を各層では一定とし境界条件に従い方程式をく、さらに(3)式を除く式より得られた結果を上、下層で z 方向に積分すると $S_{1x} = \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} + E_1 u + E_1 v + E_1 w$ (5), $S_{1y} = \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} + F_1 u + F_1 v + F_1 w$ (6), $p_1 = p_1 \eta - p_1 z$ (7), $\frac{\partial S_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial S_{1y}}{\partial y} = 0$ (8), $S_{2x} = \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} + G_1 u + G_1 v + G_1 w$ (9), $S_{2y} = \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} + I_1 u + I_1 v + I_1 w$ (10), $p_2 = p_1 \eta + p_1 h - (z+h)$ (11), $\frac{\partial S_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial S_{2y}}{\partial y} = 0$ (12) とする。ここで S_{1x}, S_{1y} は上層の S_{2x}, S_{2y} は下層の x, y 方向の流量、 η は静水面からの水面までの高さ、 E_1, F_1, G_1, I_1 ($n=1, 2, \dots, 6$) は h, H などの関数である係数である。またそれぞれ未知量は ρ, f などにより無次元化されている。上の(5)~(12)式より(7), (11)式を用い p_1, p_2 を消去すると、これらの式は $S_{1x}, S_{1y}, S_{2x}, S_{2y}, \eta, h$ を未知量とする連立微分方程式となり、境界条件を用いこれを解けばよいわけであるが、これは数値的にしかくことができない。数値解析の方法としては大きく分け、格子点法、スペクトル法、有限要素法とあり、それぞれ長所、短所を持つているが、ここでは境界条件の入れ易い有限要素法を用いることにする。

3. 有限要素法による方程式の定式化 基礎方程式の E_1, F_1 などの係数は未知量 h の関数であり、非線形の連立微分方程式となるが、この解法には h の第一近似を仮定し係数を計算し、これらを用い方程式を解き、求めた h を第二近似とし、さらに計算を続けるという逐次近似法による。各変数の内挿関数を $S_{1x} = S_{1xi} \cdot N_i$, $S_{1y} = S_{1yi} \cdot N_i$, $S_{2x} = S_{2xi} \cdot N_i$, $S_{2y} = S_{2yi} \cdot N_i$, $\eta = \eta_i \cdot N_i$, $h = h_i \cdot N_i$, $F_1 = F_{1i} \cdot N_i$, $F_2 = F_{2i} \cdot N_i$... などとする。ここに添字 i は要素の節点 i を意味し、 N_i は形状関数である。要素をここでは三角形としておいて $N_i = a_i + b_i x + c_i y$ となり、 a_i, b_i, c_i は三

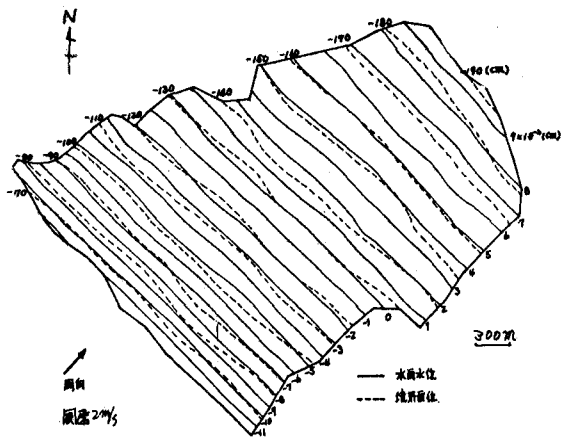


図-1 静水面からの水面水位と上下層の境界面位。

角の節点の座標の関数である。重み関数として N_i を用いると方程式は $[K]\{U\} = \{F\}$ (13) となる。ここに $[K] = \iint [k_{ij}] \cdot dx dy$, $[k_{ij}]$ は 6×6 の行列で

$$\begin{bmatrix} N_i N_j & 0 & -(E_i + F_i) N_i b_j & 0 & 0 & (1 - \beta_i) E_i N_i b_j \\ 0 & N_i N_j & -(F_i + F_i) N_i b_j & 0 & 0 & (1 - \beta_i) F_i N_i b_j \\ N_i b_j & N_i c_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(E_i + F_i) N_i b_j & N_i N_j & 0 & (1 - \beta_i) E_i N_i b_j \\ 0 & 0 & -(F_i + F_i) N_i b_j & 0 & N_i N_j & (1 - \beta_i) F_i N_i b_j \\ 0 & 0 & 0 & N_i b_j & N_i c_j & 0 \end{bmatrix}$$

, $\{U\}$ = 列ベクトル $(u_i, v_i, w_i, u_i, v_i, w_i)$, $\{F\}$ = 列ベクトル $(\iint N_i (E_i T_i + E_i T_i) dx dy, \iint N_i (F_i T_i + F_i T_i) dx dy, 0, \iint N_i (E_i T_i + E_i T_i) dx dy, \iint N_i (F_i T_i + F_i T_i) dx dy, 0)$ である。 $[K]$, $\{F\}$ の面積積分は面積座標を用いると容易にでき、(13) 式の解法には構造力学における有限要素法の標準的プログラムを用いればよい。ここでは未知数が多いので多元連立方程式の解法の一つであるユニット分割法を用いたプログラムによる。

3. 数値解析結果

湖面を要素数 383, 節点数 224 の三角形要素で分割し、ユニット数は 13 とした。境界条件として流量は、全 2 の流入、流出を無視し湖岸で 0.0 とした。これは図-2 の○印点で $q=0.0$ とし、上・下層の境界面の深さは、水温観測よりほぼ 1.3m であるの○印点でこの値とした。さらに上・下層の水温は 28°C , 22°C とした。これは湖面全体で一定としバルク・マシ式より計算し K は $K_1/K_2 = 4$ とし、上下層の値を各層の厚さの重みをつけた平均が、一層モデルを用いた理論的推定値³⁾に等しくなるように決めた。水深は文献³⁾に示してある。

次に風速 2m/s 、風向 50° の風が吹いた時の結果を示す。この時 $\tau = 0.055\text{dyn/cm}^2$, $K_1 = 3.0\text{cm}^2/\text{s}$, $K_2 = 0.75\text{cm}^2/\text{s}$ である。図-1 に水表面と上・下層境界面の位置、図-2.3 に上・下層の平均流速、図-4 に図-2 の×印点の鉛直方向流速分布図を示す。図-1 より境界面の最深部は風向より 70cm も上昇し -60cm ほどになつてゐる。風速を 2.5m/s に上げると、結果は示さないが境界面は水面にでししまい、この時には定常的な二層状態は存在しないことになる。 $K_1/K_2 = 2$ とした時にも同様の結果が得られてゐるが、数値の都合で詳しいことは講義時に発表する。(計算には信大デジタリオンを經由に信大大型計算機を用いた。)

1) 余越・富所; 諏訪湖の湖流に関する研究, 第31回年講(1976), 2) K.K. Lee and J.A. Liggett; Computation for Circulation in Stratified Lakes, A.S.C.E. HY10. (1970), 3) 余越・富所; 諏訪湖の湖流について, 信大紀要 40号

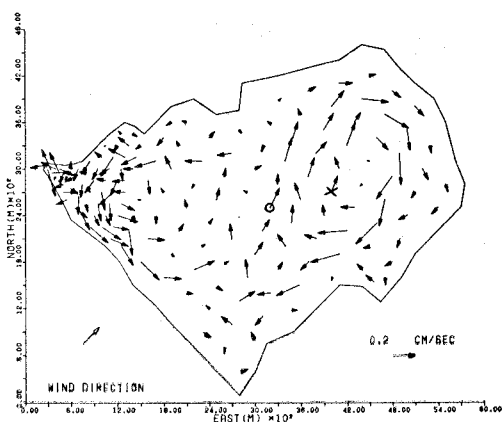


図-2 上層の平均流速(風速 2m/s)

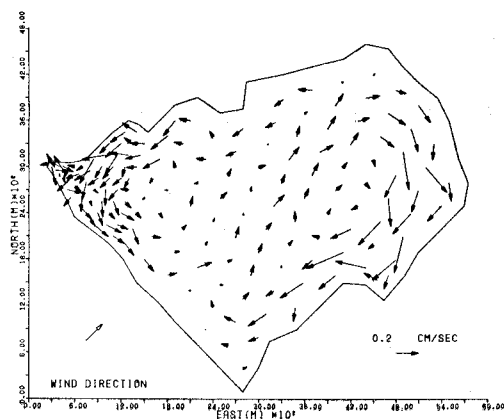


図-3 下層の平均流速(風速 2m/s)

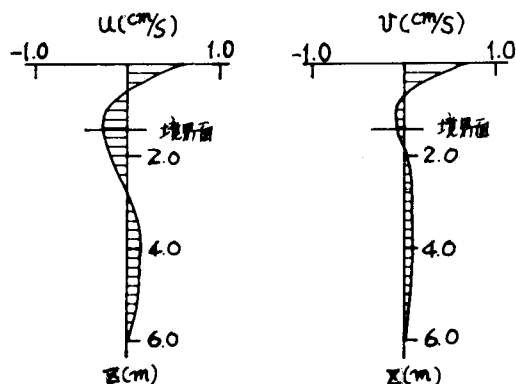


図-4 鉛直方向流速分布(図-2×印点)(風速 2m/s)