

神戸大学工学部 正 員 神田 徹
神戸大学大学院 学生員 ○栗田明仁

1. まえがき

開水路網の流れに対する数値解析法として、著者らは分・合流点の水理学的特性を考慮したシステムのモデル化とマトリックスを用いた計算法を提示した¹⁾。この方法に限らず、他の逐次計算法においても、代数方程式の非線形性状によっては解の収束性は必ずしも良くない場合がある。とくに、上記のように分・合流等のごとき流れの急変部特性が含まれたり、水路網が複雑化した場合にも解の良好な収束性が保証されるかは明白でない。

本研究は、分流点、合流点のようなサブシステムと開水路網の全システムについてそれぞれ解の特性を調べたものである。

2. 開水路網定常流の基本式

図-1に示す開水路網を、有向グラフを用いて図-2のようにモデル化する。

ここで、図-2に示した枝を次のように分類する。i) 水路部一枝 a, b, c, d, e, f ; ii) 分流部一枝 g, h ; iii) 曲がり部一枝 i, j ; iv) 合流部一枝 k, l 。そのとき、各サブシステムに対し次の事を仮定する。1) 水路部での水頭損失は摩擦損失のみによる。2) 分流部、合流部、曲がり部における水頭損失は、それぞれ分流損失、合流損失、曲がり損失のみによる。

このとき、図-2の開水路網に対する基本式は以下のように表わされる。

i) 連続方程式

$$A Q = Q_g \quad (1)$$

ここに、節点数を m 、枝数を n とすれば、 A は $(m-1, m)$ の接続行列であり、 Q は m 行の列ベクトル、 Q_g は本外から流入する流量を成分とする $(m-1)$ 行の列ベクトルである。

ii) 運動方程式

ii) 運動方程式

分流部に対する運動方程式は次のように表わされる。(図-3)

$$\left(\frac{Q_b^2}{2gB_b^2h_1^3} + h_1 + Z_1 \right) - \left(\frac{Q_b^2}{2gB_b^2h_2^3} + h_2 + Z_2 \right) - f_{ob} \frac{|Q_b| Q_b}{2gB_b^2h_2^3} = 0 \quad (2)$$

ここに、 f_{ob} は図-3の枝 b における分流による損失係数である。

同様に、各枝に対して運動方程式を立て、それを行列表示すれば、

$$F(h, Q) = \frac{1}{2g} (B Q_2 A_1^t + K_1 B Q_2 A_2^t) h_2 - \frac{1}{2g} B Q_2 D_1 + A^t (h + Z) - D_2 - \frac{1}{2g} A^t L \{ \{ B |Q| Q (A^u R + A^u) + K_1 B |Q| Q K_2 \} h_2 + B |Q| Q D_3 \} = 0 \quad (3)$$

ここに、 A_1^t, A_2^t は A の転置行列から得られる行列、 B は $1/B_m^2$ を対角成分とする

(m, m) の対角行列、 h_2 は $1/h_m$ を成分とする $(m-1)$ 行の列ベクトル、 Q_2 は Q_m^2 を対角成分とする (m, m) の対角行列、 D_1, D_2, D_3 は最下流点の水理量のみを有する m 行の列ベクトル、 L は枝の長さ L_m を成分とする (m, m) の対角行列、ただし、分流部、合流部、曲がり部では $L_m = 1$ 、 A^u は水路部のみに関係する $(m, m-1)$ の行列、 A^u は分流部、曲がり部のみに関係する $(m, m-1)$ の行列である。¹⁾

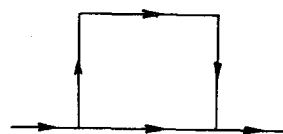


図-1 開水路網

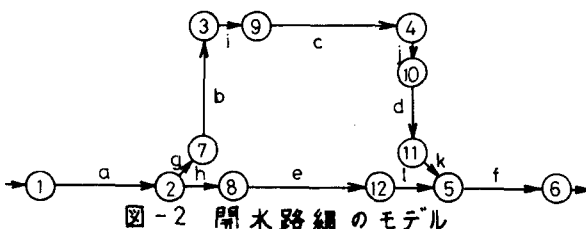
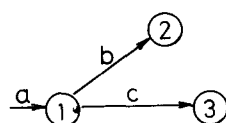


図-2 開水路網のモデル



Case I
未知 — h_2, h_3, Q_a
既知 — h_1, Q_b, Q_c

Case II
未知 — h_1, Q_b, Q_c
既知 — h_2, h_3, Q_a

図-3 分流部

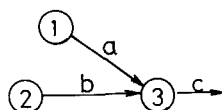
3. 計算結果

(1) サブシステムの計算結果

i) 分流部 (図-3)

Case I において、次の5通りの解が得られた。(a) h_2 , h_3 が常流解, (b) h_2 , h_3 が射流解, (c) h_2 は常流解で h_3 が負の値, (d) h_2 は常流解で h_3 が射流解, (e) h_2 , h_3 が負の値。

Case II において、いかなる初期水深、初期流量を与えても流量配分は一定であった。しかしながら、 h_1 は常流解もしくは射流解となる(表-1)。また、Case II において、初期流量を $Q_a (= 0.4 \text{ m}^3/\text{sec})$ 以下で与えた場合には初期水深の値に関係なく常流解が得られるが、初期流量が多大である場合には射流解が得られる。



Case I
未知 — h_1, h_2, Q_c
既知 — h_3, Q_a, Q_b

Case II
未知 — h_3, Q_a, Q_b
既知 — h_1, h_2, Q_c

図-4 合流部

ii) 合流部 (図-4)

Case I において、次の3通りの解が得られた。(a) h_1 , h_2 が常流解, (b) h_1 , h_2 が射流解, (c) h_1 は負の値で h_2 が射流解。

Case II において、次の4通りの解が得られた。(a) 常流解, (b) h_3 は射流解で Q_b が負の値, (c) Q_b , h_3 が負の値, (d) Q_a が負の値(表-2)。また、Case II における常流解の分布は分流部 Case I における常流解の分布にはほぼ等しい。

ところで、表-1, 2から明らかなように、初期流量が $2.0 \text{ m}^3/\text{sec}$ の場合にはその前後と比較して著しく異なった性質の解となった。

(2) 開水路網の計算結果

初期値はサブシステムの場合と同様に各節点、各枝で同じとし、かつ水路のもつ物理量も同一の値とした。

得られた解は常流解のみであり、射流解あるいは常流解と射流解とが混在する解は得られなかった。

初期流量を $0.4 \text{ m}^3/\text{sec}$ (系外から流入する流量)以下で与えた場合、解は初期水深に関係なく収束する。一方、初期水深として最上流点

(節点1)で射流となるような値($= 0.1 \text{ m}$)を与えた場合、初期流量に関係なく発散する。

また、収束回数は初期値に余り関係せず、5~6回であった。

ところで、サブシステムの計算において、常に常流解が得られた範囲は $h \geq 0.5 \text{ m}$, $Q \leq 0.4 \text{ m}^3/\text{sec}$ であり、表-3に示す解の収束範囲に比べ若干きびしくなっている。

4. 結語

表-1, 2, 3からも明らかなように、常流解への収束性は初期水深よりも初期流量に関係するから、開水路網全体の計算において、合流部での流量配分が問題になると考えられる。なお、サブシステムのより詳細な特性およびサブシステムと全システムとの関連性については講演時に述べる。

(参考文献)

1) 神田, 井沢: 開水路網定常流のマトリックス解析法, 土木学会論文報告集, No. 262, 昭和52年6月

表-1 分流部 Case II

Q/h	0.1	0.3	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0
0.1	X	○	○	○	○	○	○
0.2	X	○	○	○	○	○	○
0.4	X	○	○	○	○	○	○
1.0	X	○	○	X	X	X	X
2.0	○	○	○	○	○	○	○
5.0	X	X	X	X	X	X	X
10.0	X	X	X	X	X	X	X

○ 常流 X 射流

表-2 合流部 Case II

Q/h	0.1	0.3	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0
0.1	△	△	○	○	○	○	○
0.2	△	△	○	○	○	○	○
0.4	△	△	○	○	○	○	○
1.0	△	○	△	□	○	○	○
2.0	△	○	○	□	□	□	□
5.0	△	○	○	○	○	○	○
10.0	○	X	○	○	○	○	○

○ (a) △ (b) □ (c) X (d)

表-3 開水路網

Q/h	0.1	0.3	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0
0.1	X	○	○	○	○	○	X
0.2	X	○	○	○	○	○	○
0.4	X	X	○	○	○	○	○
1.0	X	X	X	○	○	X	X
2.0	X	X	X	X	X	X	X
5.0	X	○	X	X	○	X	X
10.0	X	X	X	X	X	X	X

h (m) Q (m^3/sec)

○ 収束 X 発散