II-102　河川水温の予測について

北海道庁　正員 ○坂下正幸
北見工業大学　正員　佐渡公明

1. まえがき

河川水温は，上水道，工業用水，農業用水にとって重要な要素であり，その予測は興味ある問題である。さらに，我々は寒冷地方に特有な冬期の河川結氷に関する模型実験を低温室で行っているが，この河川の結氷日を予測する場合にも水温予測が必要になる。すなわち，まず水温が0°Cになる時期を予測する。これには，水温と気温の回帰直線による方法とWiener-Hopf方程式を解いて得られるインパルス応答モデルによる方法がある。次に，水温が0°Cに到達した以後については，積算寒度（0°C以下の日平均気温×日数）により結氷起日や結氷厚の増加を推定する。最後に，日平均気温が正になった日以後について，気温日数（0°C以上の日平均気温×日数）により結氷厚の減少や解氷起日を推定する。

結氷日，解氷日の予測については別の機会に発表することにして，ここでは回帰直線とインパルス応答モデルについて述べる。

2. 河川水温と気温の回帰直線

水温と気温の回帰直線を使えば，最も簡単に日平均水温が0°Cに到達する日を推定できるが，誤差は当然ながら大きくなる。河川水温の熱収支方程式は移流項を含むから，回帰直線式を求める場合，気温の平均値の取り方が問題になる。常呂川，若松橋（北見市）での昭和51年10月24日～12月3日の観測データより，日平均水温yと平均気温xの回帰直線式，相関係数rは次のようになる。

i）当日の平均気温と当日の平均水温

$$y = 0.71x + 2.70 \quad (\pm 0.84) \quad \text{----}(1) \qquad r = 0.948$$

ii）前日と当日の平均気温と当日の平均水温

$$y = 0.75x + 2.56 \quad (\pm 0.62) \quad \text{----}(2) \qquad r = 0.965$$

iii）2日前から当日までの平均気温と当日の平均水温

$$y = 0.74x + 2.43 \quad (\pm 0.62) \quad \text{----}(3) \qquad r = 0.950$$

常呂川の水源から若松橋までの流路延長が約74.8 Kmで，平均流速を0.7～0.8 m/sとすると，流下時間は25.9～29.7 hr要し，(ii)の相関係数が最も高くなっていると思われる。

式(2)より，日平均水温が0°Cとなる前日と当日の平均気温は－4.2～－2.6°Cとなる。したがって図-1に示すように，日平均水温が0°Cとなる予測日は12月7日となるが，この日は$y_i = 0.2$°Cである。実際に$y_i = 0$°Cに到達した日は12月13日である。このような誤差は，水温が0°Cに近づいた場合，回帰直線のまわりの点のバラツキが大きくなるためである。精度の良い予測を行うには，次に述べるインパルス応答モデルを使って，水温の日変化を推定した方がよい。

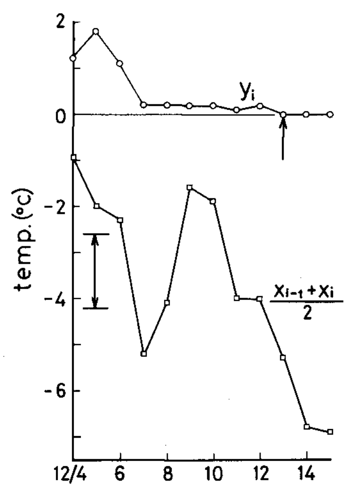


図-1 日平均水温y_iと前日と当日の平均気温$\frac{x_{i-1}+x_i}{2}$

3. インパルス応答モデル

時刻tに於る水温$y(t)$は，気温x，インパルス応答h，サンプリング時間Δt，最大ラグ数kとして，

$$y(t)=\sum_{n=0}^{k} h(n\Delta t)\, x(t-n\Delta t)\,\Delta t \quad \text{-----}(4)$$

と表わせる。$h(t)$を求めるWiener－Hopf方程式を差分化し，連立一次方程式で表わすと次式となる。

$$\hat{R}_{x'y'}(\tau)=\sum_{n=0}^{k}\hat{h}(n\Delta t)\,\hat{R}_{x'x'}(\tau-n\Delta t)\,\Delta t \;,\; (\tau=0,\Delta t,\cdots,k\Delta t) \quad \text{--------}(5)$$

$$\bar{y}/\bar{x}=\sum_{n=0}^{k}\hat{h}(n\Delta t)\,\Delta t \quad \text{--------}(6)$$

ここに，$R_{x'x'}$：気温の変動分についての自己相関関数，　$x'(t)=x(t)-\bar{x}$，$y'(t)=y(t)-\bar{y}$

$R_{x'y'}$：気温，水温の変動分についての相互相関関数，$\bar{x}$，$\bar{y}$：気温，水温の平均値

式（4）を水温予測に使うには，lead time をlとして，次式を使えばよい。

$$\hat{y}(t+l)=\Delta t\,[\,x(t), \qquad\qquad , x(t), x(t-\Delta t), \cdots, x(t+l-k\Delta t)][h]^{T} \quad \text{-------}(7)$$

ここに，$[h]=[\,\hat{h}(0),\hat{h}(\Delta t),\cdots,\hat{h}((l-1)\Delta t),\hat{h}(l\Delta t),\hat{h}((l+1)\Delta t),\cdots,\hat{h}(k\Delta t)]$，

Tは転置である。

式（7）は，次のように現在の時刻tより将来の気温を，現在の気温で置き換えている。

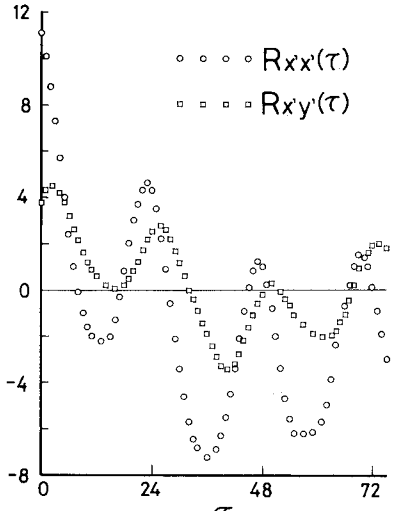
$$x(t+l)=x(t+l-\Delta t)=\text{-----}=x(t+2\Delta t)=x(t+\Delta t)=x(t) \quad \text{-----}(8)$$

図－2は，常呂川若松橋に於る昭和51年10月23日15時～10月29日24時の水温，気温の時系列データ（$\bar{x}=5.3°C$，$\bar{y}=6.7°C$）より，$\Delta t=1\,hr$，データ長$N=154$として，$R_{x'x'}$と$R_{x'y'}$を示したものである。これから，気温は1日を周期とし，水温が気温より遅れて周期変動していることが分かる。

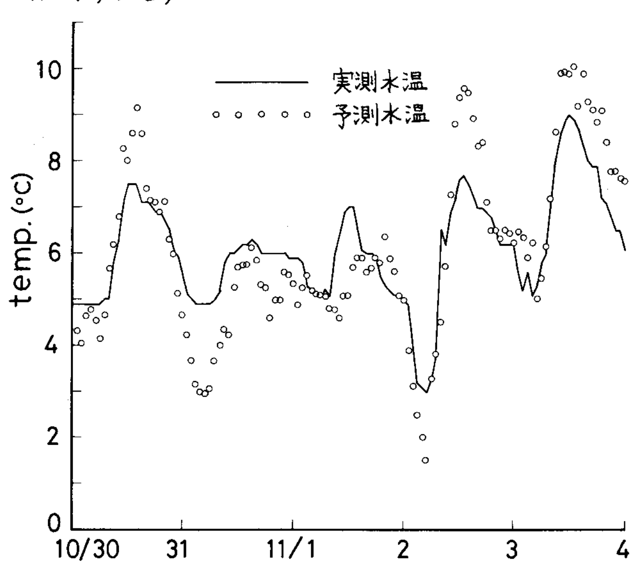
次に，kを種々変えて式（5）を解き$\hat{h}(t)$を求め，式（6）を最も良く満足するkを求めると$k=49$となる。これより，$l=1\,hr$として式（7）より，1時間先の水温を予測した結果を図－3に示す。実測水温との残差の標準偏差は1.0°Cである。この誤差を少くするには，Δtをもっと小さく取って式(6)を満足するkをより正確に求めるか，あるいはWiener－Hopf方程式をスペクトルの因数分解法により解いてΔtを小さく取ることである。

参考文献

1) 大野俊夫，渡辺興作：水温予測への統計的制御理論の適用，第21回水理講演会講演集，1977.
2) 本間 仁：応用水理学下Ⅱ　数値解析・水文観測，丸善，1971.



図－2　気温と水温の相関関数



図－3　水温予測（$l=1$）