

1. まえがき

結氷河川の流量測定には、次のような問題がある。(1) 流速測線の平均流速を2点法で求めたときの誤差、(2) 水位や流速測定用の測定孔が流速分布に与える影響、(3) 水面勾配の測定に圧力水頭差も入るべきこと。
2点法による平均流速の誤差については、文献1)で実用的には問題が無いとしている。我々の測定したところでは-2.4~2.7%の誤差で、同様の結果となる。しかし、これには測定孔の影響が入っていないので、低温室に於る模型実験を行うべく準備中である。

氷盤 (Ice cover) で被ぬ氷河川は、開水路から管水路へ移行するため一般に、Ice cover のためみ w や水位変動 ΔH が圧力水頭になる。したがって、Ice cover と河床の粗度係数からなる合成粗度係数を算出するためには、水面勾配がなく、動水勾配を測定しなければならぬ。

こゝでは、Ice cover の氷厚増加を支配する熱収支方程式と、それに伴う Ice cover のためみを支配する弾性床上の平板方程式の数値解析について述べる。

2. 熱収支方程式

図-1に示すように、観測断面の $B/2$ で Ice cover の中心を原点とする座標軸を取る。記号は次の通りである。

- θ_a : 気温, θ_w : 水温, θ_e : 河床潤滑の地温,
 θ : Ice cover の温度, h : Ice cover の氷厚
 Ice cover の熱伝導方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - K \Delta \theta = 0 \quad \text{--- (1)}$$

となる。こゝに、 t : 時間, K : 氷の温度伝導率 $= \frac{k}{C\gamma}$,
 k : 氷の熱伝導率, C : 氷の比熱,
 γ : 氷の単位体積重量

一方、河川水に対しては次の熱拡散方程式が成立する。

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_w}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_w}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial \theta_w}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial \theta_w}{\partial y} \right) - \frac{Hw}{C_w \gamma_w H} = 0 \quad \text{--- (2)}$$

こゝに、 u, v : x, y 方向の流速, K : 熱拡散係数, C_w : 水の比熱, γ_w : 水の単位体積重量,
 Hw : Ice cover と河床よりの熱移動²⁾, H : 水深

式(1), (2)に対する境界条件は、図-1の記号を用いて次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= -\theta_a \text{ at } S_1, \quad \theta = \theta_w \text{ at } S_2, \quad \theta = \theta_w = \theta_e \text{ at } S_3 \\ L\gamma \frac{\partial h}{\partial t} &= k \frac{\partial \theta}{\partial z} - k_w \frac{\partial \theta_w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (3)}$$

こゝに、 L : 氷の融解熱, k_w : 水の熱伝導率である。流速については、簡単のため、次の速度ポテンシャル中に対するラプラスの式を適用する。³⁾

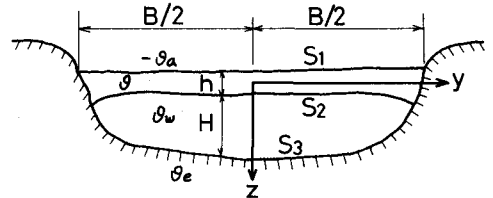
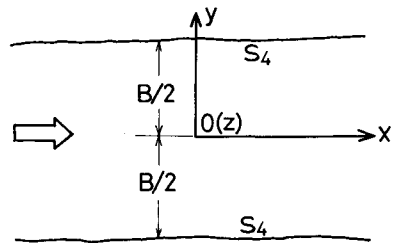


図-1 解析領域

$$\Delta\phi = 0 \quad \text{----- (4)}$$

F. Neumann は、湖沼を対象として、静水 ($u=v=0$), $H \equiv \infty$ の条件で z 方向のみの一次元解析を示し、J. Stefan は、さらに $\theta_w \equiv 0$ として解析を行っている。⁴⁾ Stefan によれば、氷厚は次式のように、気温及び時間の平方根に比例する。

$$\left. \begin{aligned} h &= \sqrt{zk/(L\rho)} \sqrt{\theta_a t} = 3.48 \sqrt{\theta_a T}, \quad t(\text{sec}) = T(\text{day}) \\ \text{or } &= 3.48 \int_0^t \theta_a dt \quad (t=0 \text{ じ } h=0, t=t \text{ じ } h=h) \end{aligned} \right\} \text{----- (5)}$$

式(5)は簡便で、結氷起日、解氷起日及び結氷厚の増減の予測に積算寒度が使われる根拠になっている。

3. Ice cover に対する弾性床上の平板方程式

Ice cover が成長して氷厚が h に到達したときのため w については、次の弾性床上の平板方程式で表わされる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q-p}{D} \quad \text{----- (6)}$$

ここに、 q : 積雪や氷盤の自重による単位面積当りの荷重、

p : w に比例する浮力 + 水位増加 ΔH による荷重 $= \gamma_w (w + \Delta H)$

D : Ice cover の曲げ剛性 $= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, E : 氷のヤング率, ν : 氷のポアソン比

境界条件は、 x 方向に Ice cover が無限に長いとして

$$w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad \text{at } S_4 \quad \text{----- (7)}$$

結局、式(1)または(1)と(2)を $y-z$ 平面で解いて h を求め、 h が x 方向に一樣であると式(6)より w を $x-y$ 平面内で得れば、圧力氷張りが求められる。このための数値解析としては、Ice cover の複雑な形状を考慮できる有限要素法が最適である。また、式(6)より氷盤の耐力を求めることもできる。

4. あとがき

本報告では紙面の都合上、数値計算結果については述べることができなかった。近い近似として $u=v=0$ として行った計算結果は講演会当日発表する。流速の影響を考慮する場合、式(2)の他に Ice cover 下面に働くせん断応力による結氷厚増加の抑制については今後の課題としたい。

まえがきの部分を書き忘れたが、結氷河川の流量測定に関連して重要な問題がある。それは、河床と Ice cover の粗度係数からなる合成粗度係数の推定である。これについては、文献5)の Review が参考になる。我々は、このような結氷河川に伴う種々の問題を現地では、常呂川に於て観測する一方、低温室に於る南水路結氷実験を行う段階にあり、その結果については別の機会に発表する予定である。

最後に、本研究を遂行するに当たり、昭和51年度文部省科研費の一般研究(D)の補助を受けたことを付記する。

参考文献

- 1) C.O. Wisler, E.F. Brater: Hydrology, John Wiley & Sons.
- 2) A.A. Pivovarov: Thermal Conditions in Freezing Lakes and Rivers, John Wiley & Sons
- 3) L.A. Loziuk et al.: Hydrothermal Analysis by F.E.M., ASCE, Vol. 98, Hy 11.
- 4) 川下研介: 熱伝導論, pp. 415~423, 生産技術センター.
- 5) M.S. Uzunur: The Composite Roughness of Ice Covered Streams, J. Hydraulic Research.