

愛媛大学工学部 正員 中村孝幸

大阪大学工学部 正員 雄木 亨

1. まえがき: 従来, 円柱の波の進行方向に作用する波力の研究は, 経験式であるMorrison波力式を仮定して, 式中に含まれる抗力係数 C_D , 慣性係数 C_M の実態の実験的な把握ということを中心として展開されてきた。しかし, これら C_D , C_M の値は研究者により異なった値が報告されており, 不確定な値のまま現在に到っているのがその現状である。そして, これら係数の不確定性の理由の一つとしては, Morrison波力式の妥当性を含めて, 波力の発生におよぼす後流渦を含めた流況特性の影響というものが明らかにされていないことがあげられる。

本研究では, 波動場に類似した流体場として振動流を対象に円柱背後に形成される後流渦を含めた円柱周囲の流況を数値シミュレーションする。この場合, 後流渦としては円柱背後の左右で対称に発生する対称渦と現段階では想定し, 離散的な複数渦系モデルにより近似した。そして, この流況特性を用いて作用流体力の算定を行ない, 作用流体力と流況特性との直接的な結びつきにより流体力の物理的な解釈を与えようとするものである。

2. 複数渦系モデルによる流況の再現について: 複数個の渦を有する振動流中に半径 a の円柱が置かれた場合の各渦系の運動学的な方程式は, 円柱背後の左右で対称な対称渦を想定すると, (1), (2)式のように導ける。

$$\frac{dr_n}{dt} = U \cos \theta_n \left(1 - \frac{a^2}{r_n^2}\right) + \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^N \Gamma_k r_k \sin(\theta_n - \theta_k) / A_{nk}(-) - \sum_{k=1}^N \Gamma_k r_k \sin(\theta_n + \theta_k) / A_{nk}(+) - \sum_{k=1}^N \Gamma_k a^2 r_k^{-1} \sin(\theta_n - \theta_k) / B_{nk}(-) - \sin(\theta_n + \theta_k) / B_{nk}(+) \right] \quad (1)$$

$$\frac{d\theta_n}{dt} = -U \left(1 + \frac{a^2}{r_n^2}\right) \frac{\sin \theta_n}{r_n} - \frac{1}{2\pi r_n} \left[\sum_{k=1}^N \Gamma_k (r_n - r_k \cos(\theta_n - \theta_k)) / A_{nk}(-) + \sum_{k=1}^N \Gamma_k \{ (r_n - r_k \cos(\theta_n + \theta_k)) / A_{nk}(+) + (r_n r_k^2 - a^2 r_k \cos(\theta_n - \theta_k)) / B_{nk}(-) - (r_n r_k^2 - a^2 r_k \cos(\theta_n + \theta_k)) / B_{nk}(+) \} \right] \quad (2)$$

$$A_{nk}(\pm) = r_n^2 + r_k^2 - 2r_n r_k \cos(\theta_n \pm \theta_k) + a^2 \quad B_{nk}(\pm) = r_n^2 + r_k^2 - 2r_n r_k a^2 \cos(\theta_n \pm \theta_k) + a^4$$

ここに, r_n , θ_n は各々 n 番目の渦系の動径方向, 角度方向の座標を示し, r_k , θ_k は k 番目のそれらを示す。 U は主流速度を示し, $U = U_m \cos(\omega t)$ で与えられる。(U_m : 水粒子最大速度) Γ_k : k 番目の渦系の循環を示す。

流況を再現することは, (1), (2)式の $n=1 \sim N$ について与えられる $2N$ 個の連立常微分方程式を解くことに帰着される。しかし, (1), (2)式中の r_n および各渦系の初期位置は未知な量であり, 以下の仮定により与えられるものとした。各渦系の循環の発生源は, 円柱表面に形成される境界層内にあり, Γ_k は各時間ステップ内に境界層のはくり点より主流中に掃き出される循環の量に等しい。そして各時間ステップ内に発生した渦の初期位置は, 角度方向については各時間ステップでののはくり点の角度方向座標 θ_k により, 動径方向の座標は近似的に平板の振動流境界層厚さに半径 a を加えた $(a + \sqrt{2\nu/\omega})$ により与えられるものとする。ここに ν は, 動粘性係数である。この場合, 境界層のはくり点を求める必要があるが, 振動流中の円柱表面に発達する層流境界層内の流速分布については既にSchlichting¹⁾により理論的に導かれており, この分布式を用いて $\partial u/\partial y|_{y=0}$ のはくり条件によりはくり点を決定できる。これを示すのが, (3)式であり, 式中の $(K-C)$ は, $U_m T/\nu$ で $K-C$ 数である。

$$\cos \theta_0 = \pi \cos(\omega t + \pi/4) / [(K-C) \{ (2\sqrt{2}) \cos(2\omega t - \pi/4) + 1/\sqrt{2} \}] = F(\omega t) \quad (3)$$

(3)式で与えられる θ_0 の時間位相による変化は, 岩垣らの波動場中についての結果と定性的に一致していたことを付記しておく。また, 後流域に渦が形成されるようになると, はくり点の変化は後流渦による影響をも受けるようになる。したがって, 本研究では, はくり点の決定に後流渦の影響をも考慮した(4)式を導き, 最初にはくり点 θ_0 は, 以後においては(4)式により θ_0 を求めている。

$$\cos \theta_0 = \sum_{k=1}^N \Gamma_k [C_k(-) - C_k(+)] / [2\pi U_m \cos(\omega t)] + F(\omega t) \quad (4) \quad C_k(\pm) = (a^2 - r_k^2) r_k \sin(\theta_0 \pm \theta_k) / [a^2 + r_k^2 - 2a r_k \cos(\theta_0 \pm \theta_k)]^2$$

また前述した発生渦の循環 Γ は, Sanykaya等³⁾により用いられている渦度流束の表示式(5)式に, (4)式で求めた

$$\partial \Gamma / \partial t = 0.5 [U_B(\theta_0)]^2 \quad (5)$$

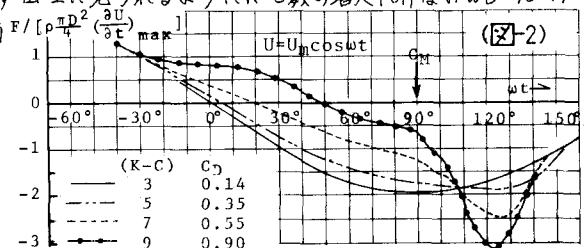
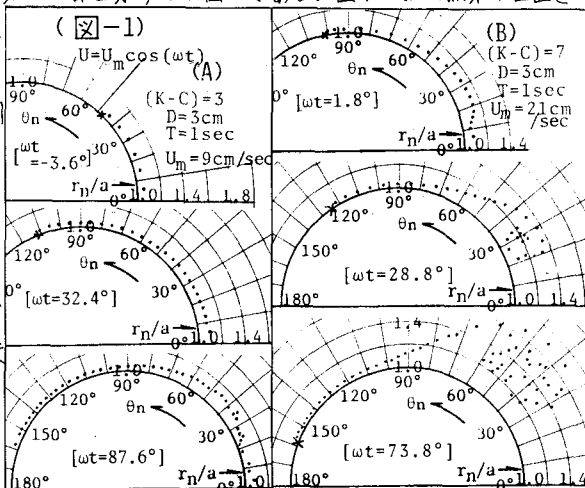
θ_0 を代入し, 各時間ステップ内で積分することにより与えられる。ここに, $U_B(\theta_0)$ は, はくり点における境界

層外縁の水粒子速度の角度方向成分を示し、(2)式に $r_n=a$, $\theta_n=\theta_s$ を代入し、さらに a 倍した値である。

本研究では、(4)式を関連させて(1),(2),(5)式を4次のRunge-Kutta法を用いて数値的に解いた。時間ステップ Δt は、 $0.05 D/U_m$ 以下とした。なお、前の半周期に発生した渦糸の後の半周期におけるはく離のはじまりに及ぼす影響はないものと仮定してある。これら計算結果の一部を示すのが図-1である。図中の点は渦糸の位置を示し、×印ははく離点の位置を示す。図-1(A)は、 $K-C$ 数が3の場合で、明確な渦への渦糸の巻き込みは見られない。図-1(B)は、 $K-C$ 数が7の場合で各渦糸は時間の経過と共により大きな渦への巻き込みを示し、さらに発達して円柱より分離する状態にまで至る。これら $K-C$ 数による流況の相違は、(5),(6)式より推察されるように、 $K-C$ 数が大きいほどはく離のはじまりが早くなることや発生循環量も大きくなることによるものである。著者らの渦パターンを分類した実験結果と比較すると、 $K-C$ 数3以下では顕著な集中渦の発生しない場合で、図-1(A)にはほぼ一致している。

なお、実験結果では、 $K-C$ 数8まで比較対称な渦パターンが出現しているが、8以上の $K-C$ 数では非対称な渦パターンが出現することから、非対称渦モデルによる検討が必要になる。これについては、現在検討中であり、今後の機会に発表したい。

3. 作用流体力について： 2で述べたような手法により流況が求まると、非定常Blasiusの公式により円柱に作用する流体力の算定が可能になる。流体力の表示式については、既にSarpkaya³⁾により与えられており、それを参照されたい。図-2は、算定流体力の時間変動曲線を示すもので、算定流体力を $\rho(\partial u/\partial t)_{\max} \pi D^2/4$ で除して無次元化してある。なお、図-2ははく離のはじまる時間位相以後および後の半周期にはく離のはじまる時間位相までについて示した。図-2より、流体力時間曲線は、 $K-C$ 数の大きくなるほど、Morison 波力式の慣性力が卓越する場合の正弦波形に近い形状よりこれに抗力の成分が加わったような多成分波形へと変化している。また流体力の負の極大値の出現位相に着目すると、 $K-C$ 数の増大に伴ない水粒子加速度の極大となる位相より水粒子速度の極大となる位相へとその出現位相は変化しており、Morison 波力式より得られる結果と定性的に一致していることがわかる。次に、Morison 波力式に基づく C_D, C_M の算定法により、図-2の算定力時間曲線についての C_D, C_M を求めてみた。図-2の $\omega t=90^\circ$ における縦軸の値が、この C_M の値を示しており、 C_M の値は $K-C$ 数の増大と共に2より減少することがわかる。また C_D の値は、図-2中に示したように $K-C$ 数の増大と共に大きくなっており、 $K-C$ 数による C_D, C_M の変化の傾向はKeuleganらやSarpkayaの実験結果と $K-C$ 数10付近までは、定性的に一致している。この $K-C$ 数の増大に伴ない C_M の減少傾向は、図-1に見られるように $K-C$ 数の増大に伴ない $\omega t=90^\circ$ 付近で後流域にはより大きな渦が残され、しかもこの渦による流体力が慣性力の作用方向とは逆向きになっていることによる。一方 C_D については、 $K-C$ 数の増大に伴ない $\omega t=0^\circ$ 付近で抗力の作用方向により多くの渦糸が出現していることによる。今後はさらに非対称渦モデルをも考慮して、Morison 波力式の妥当性について検討したい。(参考文献) 1. Schlichting, H.; Boundary Layer Theory, MacGraw-Hill, 1968, pp411-415. 2.



岩崎, 石田: 小の円柱と波の交互分布と旋渦渦について, 第22回流体力学大会, 1975, pp531-537. 3. Sarpkaya, T.; An Analytical Study of Separated Flow About Circular Cylinders, Jour. of Basic Engi. TRANS. ASME, Series D, Vol.90, 1968, pp511-518. 4. Sawaragi, T. et al; Characteristics of Lift Forces on a Circular Pile in Waves, Coastal Engi. in Japan, Vol.19, 1976, pp59-71.