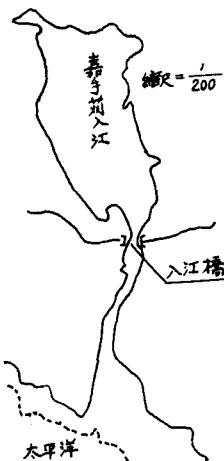


1) はじめに

沖縄県宮古島の嘉手苅入江の潮汐変動について、河口の潮汐を調和分解した結果を境界条件とし解析した。また岡本博士の理論解の適用性について考察した。最後に入江橋での流速変動を計算し、実測値と比較した。図-1で海から入江橋までは約0.8kmの自然水路(幅約30m)で入江橋で狹窄し上流は避水池になっている。



2) 水路部水理計算

運動方程式と連続方程式は各々次式になる。(図-2を参照)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u - u_0) \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial s}{\partial x} + f u = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h_0 + s)(u - u_0)] = 0 \quad \text{----- (2)}$$

境界条件を(3)式で仮定する。

$$\left. \begin{aligned} |s|_{x=0} &= |s_1|_{x=0} + |s_2|_{x=0}, \quad |s|_{x=\infty} = 0 \\ |s_1|_{x=0} &= A_1 \cos(\omega t) + A_2 \cos(2\omega t) + A_3 \cos(3\omega t) \\ |s_2|_{x=0} &= B_1 \sin(\omega t) + B_2 \sin(2\omega t) + B_3 \sin(3\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

こゝで ω , t , h_0 , u_0 は潮汐の角振動数, 時間, 等流水深, 水路固有流速である。

図-1 嘉手苅入江

u , s は岡本氏の解法に従って式(4)も仮定する。

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) &= \text{Real} \left[\psi_1(x) e^{i\omega t} + \psi_2(x) e^{i2\omega t} + \text{-----} \right] \\ s(x, t) &= \text{Real} \left[\psi_1(x) e^{i\omega t} + \psi_2(x) e^{i2\omega t} + \text{-----} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)を式(1), (2)に代入し、時間に関する同次項の係数と比較すると、 ψ 、

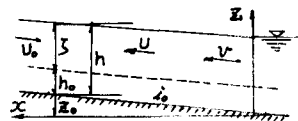


図-2 説明図

ψ に関する微分方程式が得られる。また ψ が満足すべき境界条件は式(5)になる。

$$|\psi_1(x)|_{x=0} = A_1, |\psi_1(x)|_{x=\infty} = A_2, |\psi_2(x)|_{x=0} = A_3, |\psi_2(x)|_{x=\infty} = 0 \quad \text{----- (5)}$$

以上の方程式から s_1 , u_1 , s_2 , u_2 , ... 等に関する微分方程式を解き式(4)に代入すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} s(x, t) &= A_1 e^{-\alpha_1 x} \cos(\omega t - \beta_1 x) + B_1 e^{-\alpha_1 x} \sin(\omega t - \beta_1 x) + A_2 e^{-\alpha_2 x} \cos(2\omega t - \beta_2 x) + B_2 e^{-\alpha_2 x} \sin(2\omega t - \beta_2 x) \\ &\quad + \frac{1}{2} (A_1/h_0) \{ A_1 e^{-\alpha_1 x} \cos(2\omega t - \beta_2 x + \theta_2) - A_1 e^{-2\alpha_1 x} \cos(2\omega t - 2\beta_1 x + \theta_2) \} + \frac{1}{2} (B_1/h_0) \{ B_1 e^{-\alpha_1 x} \sin(2\omega t - \beta_2 x + \theta_2) \\ &\quad - B_1 e^{-2\alpha_1 x} \sin(2\omega t - 2\beta_1 x + \theta_2) \} + \text{-----} \\ u(x, t) &= \frac{r_1}{h_0} A_1 e^{-\alpha_1 x} \cos(\omega t - \beta_1 x + \theta_1) + \frac{r_1}{h_0} B_1 e^{-\alpha_1 x} \sin(\omega t - \beta_1 x + \theta_1) + \frac{r_2}{h_0} (A_1/h_0)^2 e^{-\alpha_1 x} \cos(2\omega t - \beta_2 x + \theta_2) \\ &\quad + \frac{r_2}{h_0} (B_1/h_0)^2 e^{-\alpha_1 x} \sin(2\omega t - \beta_2 x + \theta_2) - \frac{r_2}{h_0} (A_1/h_0)^2 e^{-2\alpha_1 x} \cos(2\omega t - 2\beta_1 x + \theta_2) - \frac{r_2}{h_0} (B_1/h_0)^2 e^{-2\alpha_1 x} \sin(2\omega t - 2\beta_1 x + \theta_2) + \text{-----} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

こゝで α , β , θ , r は u_0 , h_0 , f , ω により計算される。式(6)で A_1 以外を無視すると、岡本氏の解に一致する。結局、式(6)は河口の境界条件として式(5)を用い、岡本氏の解法も適用したことになる。

3) 潮汐変動と水路の固有流量(Q)の関係

式(6)で A_1 以外を無視した場合(岡本の解)に、 s が x に伴って如何に減衰するかを図-3に示した。

図-3では水路幅は30m, $L_0 = 1/1600$, $n = 0.025$, 周期 $T = 25$ 時間, $(s_{\max})_{x=0} = 0.45$ mとした。

実測値も図-4に示した。図-4では入江橋で $(s_{\max})_{x=800} \geq 0.3$ mとなる。これは岡本氏の理論解(図-3)と極端な差異がある。この理由は式(1)で $f = g u_0 / c h_0$ といったことによると思われる。こゝで c は Chezy の係数である。即ち潮汐流に対する摩擦抵抗係数の影響を無視したことによる。従って固有流量の小さい水路では $f = g(u - u_0) / c(h_0 + s)$ に於いて潮流 u , s が f に及ぼす効果を考慮する必要があると思われる。このことにつき、更に検討中である。

4) 狭さく部水理計算

図-5 に示す入江橋での流水の運動方程式と連続式は式(7)になる。²⁾

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{(S_b - S_a)}{L} + \left\{ \frac{(f_o + f_e)}{2L} + \frac{gn^2}{R^{4/3}} \right\} u|u| &= 0 \\ Q &= U \cdot B \cdot (h + S_a) = F \frac{\partial S_a}{\partial t} = \frac{\partial S_b}{\partial t} F \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで、 S_b , S_a は b 点, a 点の水面変動, f_e , f_o は流入, 流出損失係数, Q : 流量, B : 水路幅である。u を(8)式で表わすものとする。

$$u = u_1 \cos(\omega t) + u_2 \sin(\omega t) + u_3 \cos(2\omega t) - u_4 \sin(2\omega t) \quad \text{---- (8)}$$

$f(u) = u|u|$ とし, 位相差も考えて Fourier 級数展開すると

$$\begin{aligned} f(u) = & \frac{8u_1^2}{5\pi} \cos(\omega t) + \frac{8u_2^2}{5\pi} \sin(\omega t) + \frac{8u_1^2}{15\pi} \cos(3\omega t) - \frac{8u_2^2}{15\pi} \sin(3\omega t) \\ & + \frac{8u_3^2}{5\pi} \cos(2\omega t) - \frac{8u_4^2}{5\pi} \sin(2\omega t) \quad \text{---- (9)} \end{aligned}$$

S_a は平良港の潮汐を調和分解したものを使用する。すなわち

$$Y_a = h + S_a = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)] \quad \text{---- (10)}$$

式(9)を式(7)に代入し, 連立方程式を解くと次式の微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{g}{L} \{ D_0 + D_1 \cos(\omega t) + D_2 \sin(\omega t) + D_3 \cos(2\omega t) + D_4 \sin(2\omega t) \} u \\ + \frac{g}{L} [A_1 \omega \sin(\omega t) - B_1 \omega \cos(\omega t) + 2A_2 \omega \sin(2\omega t) - 2B_2 \omega \cos(2\omega t)] \\ + \frac{K_1}{L} \left[-\omega u_1^2 \sin(\omega t) - \frac{5}{3} \omega u_1^2 \sin(3\omega t) + \omega u_3^2 \cos(\omega t) - \frac{5}{3} \omega u_3^2 \cos(3\omega t) \right. \\ \left. - 2\omega u_3^2 \sin(2\omega t) - 2\omega u_4^2 \cos(2\omega t) \right] = 0 \quad \text{---- (11)} \end{aligned}$$

ただし, $D_0 = BA_0/F$, $D_1 = BA_1/F$, $D_2 = BB_1/F$, $D_3 = BA_2/F$, $D_4 = BB_2/F$ である。ここで F は遊水池水面積である。式(11)を解くと次の連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (D_0 g/L - \omega^2 - gD_3/L) u_1 + 2gD_2 u_2/L - gD_4 u_3/L - 2gD_2 u_4/L + B_1 \omega g/L &= 0 \\ 2gD_4 u_1/L + (gD_3/L - \omega^2 + gD_0/L) u_2 + gD_2 u_3/L - 2gD_4 u_4/L + gA_1 \omega/L &= 0 \\ gD_1 u_1/2L - gD_2 u_2/2L + (gD_0/L - 4\omega^2) u_3 - 2gD_2 u_4/L &= 0 \\ gD_2 u_1/2L + gD_1 u_2/2L + (4\omega^2 - gD_0/L) u_4 + 2gA_2 \omega/L &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式(12)の解を式(8)に代入した結果を図-6に示した。

ただし, $B = 5\text{m}$, $L = 4.5\text{m}$, $\omega = 6.98 \times 10^{-5} (\text{1/sec})$ とおいた。

図-6 には入江橋に於ける実測値と式(8)による計算結果が示してある。

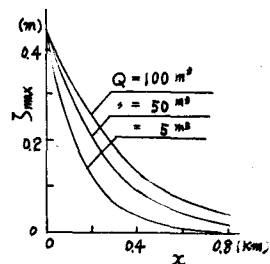


図-3 潮汐の減衰

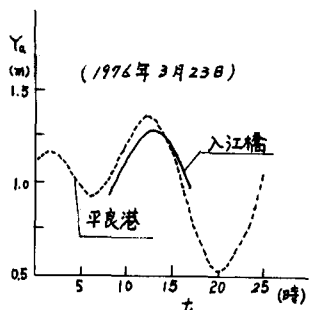


図-4 入江橋と平良港の潮汐変動

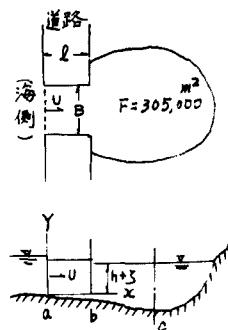


図-5 入江橋水路部(略図)

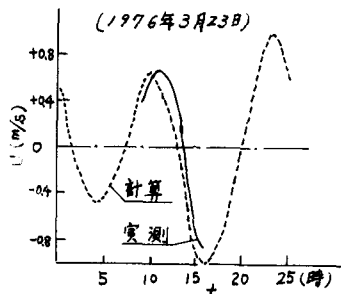


図-6 入江橋での流速

1) 岡本元治郎; 応用水理学, 中II, P 285~286 丸善

2) 河野ニ夫他; 入江狭さく感潮水路部の水理特性; 土木学会才引回