

流れによる波峰線の変化

北海道大学工学部 学生会員 佐々木 幹夫
北海道大学工学部 正会員 尾崎 晃

1. はじめに : 流水の中を波が進む場合には 流水によって波向線、波峰線が変化することになるが、本研究は海浜で発生する流れによって、入射角、波峰線が波の進行に伴いどう変化するかを明らかにしようとするものである。流れの中の波の屈折についてはすでに多くの研究が発表されており、海岸に斜め入射する場合に十分な説明が可能であるが、非一様な流れで、直角入射の場合には満足いく説明が与えられるわけでもない。波向線、波峰線の変化に伴い、進行波の波高が空間内で非一様になるが、本研究ではその点まで論及していない。流れの場合の中では波峰線が緩やかに変化する場合として、流体内部の運動方程式とは無関係に、波の屈折関係式を用いて解析を進めたが、離岸流空間内の屈折においては不合理なことはない。

2. 入射角と波峰線の変化 : 流れの場合として離岸流場を考え、離岸流は等間隔に発生しており、海浜条件は右岸方向に一樣で、対方向に偏角配をもち、座標は解水引線に y 軸、対向きに x 軸をとり、図-1 に示すように入射角 α を時計回りに正としたとき、入射角 α と波速 C の間には図-1 より式(1)が成立する。

$$\vec{v} \cdot \vec{C} = -C \sin \alpha \quad (1)$$

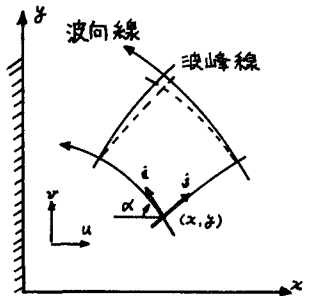


Fig - 1

ここに、 $\vec{v}$ は点 (x, y) の波速と同じ向きに単位ベクトルと直交する単位ベクトルである。流れ $\vec{v} = (u, v)$ があるとときには、進行波の周波数は式(2)のように周波数 ω になる。

$$\omega = \omega(x, y) + \omega \cdot \vec{v} \quad (2)$$

さて、直角座標 x, y を図-1 のようにとつたとき、単位ベクトルは $\vec{e} = (-\cos \alpha, \sin \alpha)$ 、 $\vec{f} = (\sin \alpha, \cos \alpha)$ となるから、式(1)は式(3)、波速 C は式(2)より式(4)のようになる。

$$C \cos \alpha \, dx - C \sin \alpha \, dy = \sin \alpha \, C_x + \cos \alpha \, C_y \quad (3) \quad C = -C_p + u \cos \alpha - v \sin \alpha \quad (4)$$

ここに座標 x, y は微分を意味する場合とする。式(4)より、式(3)は式(6)のように入射角 α について準線形 (quasi-linear) の方程式になる。

$$F_1(x, y, \alpha) \, dx + F_2(x, y, \alpha) \, dy + F_3(x, y, \alpha) = 0 \quad (5)$$

ここに $F_1 = -C_p \cos \alpha + u$, $F_2 = C_p \sin \alpha + v$, $F_3 = -\{ -C_p x \sin \alpha - C_p y \cos \alpha + u x \sin \alpha \cos \alpha - v x \sin \alpha + u y \cos \alpha - v y \sin \alpha \cos \alpha \}$ 。いま、入射角 α は小さいとすれば、 $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$, $\sin \alpha \approx \alpha$ とおけるので F_1, F_2, F_3 は式(6)となる。

$$F_1 \approx -C_p + u \dots, \quad F_2 \approx C_p \alpha + v \dots, \quad F_3 \approx -u_y + \alpha (C_p x - u_x + v_y) + \dots \quad (6)$$

よって、式(5)は式(6)より式(7)のようになる。

$$(-1 + u/C_p) \, dx + (\alpha + v/C_p) \, dy + 1/C_p (C_p x \alpha - u_x \alpha - u_y + v_y \alpha) = 0 \quad (7)$$

さて、流れ u, v は進行波の相対波速 C_p に対し、 $|u/C_p| \ll 1$, $|v/C_p| \ll 1$ であり、又、 $u/C_p, v/C_p$ の大きさは α と同程度となるものとすれば、式(7)は式(8)のようになる。

$$\alpha x - 1/C_p C_p x \alpha + 1/C_p u_y = 0 \quad (8)$$

式(8)より、入射角 α は流れ u が右岸方向に速度勾配をもち、かつ α によって変化したことを示す。さて式(8)を解くにあたり、無次元量 $h = \pi h_0$ ($h = \delta x$), $y = \pi y_0/2$, $u = u^* \sqrt{g h_0}$, $C_p = C_p^* \sqrt{g h_0}$ を導入すると式(8)は式(9)のようになる。

$$\alpha \gamma - 1/c_p^* C_p^* \alpha + 2/1/c_p^* u^* \gamma = 0 \quad (9)$$

いま、 α, u^* を式(10)のようにとる。

$\alpha = R(\xi) \sin \pi \gamma, u^* = X_{21}(\xi) \cos \pi \gamma$ (10)
式(9)に式(10)を代入すると次式を得る。

$$\frac{dR(\xi)}{d\xi} - \frac{1}{c_p^*} \frac{\partial C_p^*}{\partial \xi} R(\xi) - \frac{A_1}{c_p^*} X_{21}(\xi) = 0 \quad (11)$$

二に $A_1 = X_0/Y_0$ とおける。式(11)より
 $\xi \rightarrow \infty$ かつ $\alpha \rightarrow 0$ を満足する解として式(12)を得る。

$$R(\xi) = \frac{3}{2} \int \frac{A_1 X_{21}(\xi) d\xi}{\xi} \quad (12)$$

つまり、流れの方向の分布がわかれば、入射角は与えられることになる。これを離岸流流速にとると $X_{21}(\xi)$ は式(13)のようになるところである。

$$X_{21}(\xi) = A_{11} \{ C_1 K_1(A_1 \xi) + C_2 \xi e^{A_1(1-\xi)} \} \cos$$

つまり、入射角は次のようになる。

$$\alpha_1 = A_{11} R_2(\xi) \sin \pi \gamma \quad (14)$$

$$R_2(\xi) = \frac{3}{2} \left[C_1 A_1 \left\{ \int_0^{\xi} \frac{e^{-A_1 t} \cosh A_1 t}{\cosh A_1 t} dt - K_1(A_1 \xi) \right\} - C_2 e^{A_1(1-\xi)} \right] \quad (15)$$

Fig-2は流速 u の分布を示すもので、Fig-3はその時の入射角の変化を明示したもので、入射角 α の値が負になっているのは反時計回りに波向線が変化することを示している。波向線は、 α を反時計回りに正とすると、波動座標 $(X, Y) = (\xi - \xi_1, \eta)$ においてその方程式は次のようになる。

$$\tan \alpha \frac{dY}{dX} = -1 \quad \therefore \alpha \frac{dY}{dX} = -1 \quad (16)$$

式(16)より波向線は X, Y 座標において、次のように与えられる。($Y=1$ かつ $X=0$)

$$X = \begin{cases} \textcircled{1} & \frac{A_{11}}{\alpha} R_2(\xi_1) (1 + \cos 2\pi \gamma) & R_2(\xi_1 + X) \cong R_2(\xi_1) \\ \textcircled{2} & \frac{3}{2} \left\{ e^{\alpha \frac{A_{11}}{\alpha} (1 + \cos 2\pi \gamma)} - 1 \right\} & R_2(\xi_1 + X) \cong \alpha X + \xi \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{二に } \alpha = R_2'(\xi_1)/\xi_1, \quad \xi = R_2(\xi_1)$$

Fig-4はFig-2で示される流速 u によって変化する波向線の最大振幅を名水深に示したもので、実線が式(17)①の場合で、点線が②の場合で、その差違はわずかにあり、流れが強くなると入射角、波向線の変化が大きくなる。①②の差は次第に大きくなることもわかる。Fig-5は名水深における波向線を示したもので、波向線の流れがあるところで波向線が直線、岸向きの流れに下った波向線は直線方向に押し出されるようになることがわかる。3. おわりに：式(13)で与える流れ u によって変化する波向線は破綻点を過ぎると、 $X \cong H_0 \sim 2H_0$ 遷移することになる。

