

京都大学防災研究所 正会員 山下 隆 男
 岐阜大学工学部 正会員 安 田 孝 志
 京都大学防災研究所 正会員 土 屋 義 人

1. 緒言：浅水化に伴う波の変形については、今日まで多くの研究がなされてきたが、研究の方向は次の2つに大別されよう。まず、海底地形の効果を境界条件に入れた基礎方程式を基にして解析的に取り扱う方法と海底勾配が無視できるほど緩やかであるという条件のもとに、波のエネルギーフラックスは水深が変化しても一定であると仮定するいわゆるエネルギーフラックス法である。後者には、取り扱いの容易さから、種々の定形波の理論の適用がなされてきたが、海底勾配の効果を評価できないことおよび変形する波の特性を定形波の理論を用いて取り扱っている点において本質的な欠点を持っている。そこで、本研究は前者の立場から、海底勾配をあらわに含む基礎方程式を誘導し、その数値解を求めることにより、一様勾配を有する傾斜海浜上を進行する周期波の変形特性を明らかにしようとするものである。

2. 基礎方程式の誘導：角谷の手法に従って、斜面上での水位変動に関する方程式を誘導する。まず、一様な傾斜海浜上での非回転波動を対象とすることから、図-1で示すように座標系を定め、座標原点での水深 h_1 を基準長として、式(2)で表される無次元量を定義すれば、基礎式は次式で表される。

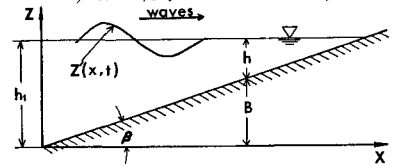


図-1 座標系と記号

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \phi^* &= 0 \\ z_{tt}^* + z_{xx}^* \phi_{xx}^* - \phi_{zz}^* \Big|_{z^*=1+z^*} &= 0 \\ \phi_{tt}^* + 1/2(\phi_{xx}^{*2} + \phi_{zz}^{*2}) + (z^*-1) \Big|_{z^*=1+z^*} &= 0 \\ \phi_{zz}^* - B_{xx}^* \phi_{xx}^* \Big|_{z^*=B^*} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

$$\text{ここに, } \phi^* = \phi/h_1 \sqrt{g h_1}, z^* = z/h_1, x^* = x/h_1, t^* = t \sqrt{g/h_1}, z^* = z'/h_1, B^* = B/h_1 \text{----- (2)}$$

ϕ : 速度ポテンシャル, g : 重力の加速度を表す。

次に, $\varepsilon = (h_1/L_1)^2$ および $V_0 = \sqrt{1-B^*}$ と座標原点での波長 L_1 を用いて、次式で表される変換、

$$\xi = \varepsilon^{1/2} \left(\int dx^*/V_0 - t^* \right), \tau = \varepsilon^{3/2} x^*, \zeta = z^* \text{----- (3)}$$

と水位変動 z^* および速度ポテンシャル ϕ^* を

$$z^*(\xi, \tau) = \varepsilon z_1(\xi, \tau) + \varepsilon^2 z_2(\xi, \tau) + \dots, \phi^*(\xi, \tau, \zeta) = \varepsilon^{1/2} \{ \phi_1^*(\xi, \tau, \zeta) + \varepsilon \phi_2^*(\xi, \tau, \zeta) + \dots \} \text{----- (4)}$$

で表したセツ動解を仮定し、

$$\tau = \tau_1(\xi, \tau) + \varepsilon \tau_2(\xi, \tau) + \dots, \Omega = \phi_1^*(\xi, \tau, \zeta) + O(\varepsilon) \text{----- (5)}$$

とく、傾斜海浜上を伝播する浅海長波の水位変動に関する方程式が次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} \tau_{\tau\tau} + 3/2(V_0^{-3} \tau \tau_{\xi\xi}) + 1/6(V_0 \tau_{\xi\xi\xi}) - 1/4(B_{\xi\xi}^* V_0^{-2} \tau) &= \varepsilon \{ -1/15(V_0^{-3} \tau_{\xi\xi\xi\xi}) - 3/2(V_0^{-1} \tau_{\xi\xi\xi}) \\ &- 2/3(V_0^{-1} \tau_{\xi\xi\xi}) - 2/3(V_0 \tau_{\xi\xi\tau}) + 1/2(B_{\xi\xi}^* \tau_{\xi\xi}) - 3/2(V_0^{-5} \tau^2 \tau_{\xi}) - V_0^{-2} \tau_1 \Omega_{\tau} - 3V_0^{-2} \tau \tau_{\xi\xi} \\ &- 1/2(V_0^{-1} \Omega_{\tau\tau}) - 5/8(B_{\xi\xi}^* V_0^{-4} \tau^2) + 1/2(B_{\xi\xi}^* V_0^{-1} \Omega_{\tau}) \} + O(\varepsilon^2) \text{----- (6)} \end{aligned}$$

$$\Omega_{\xi\xi} - \tau = \varepsilon \{ 1/2(V_0^{-2} \tau_{\xi\xi}) + 1/2(V_0^{-2} \tau^2) \} + O(\varepsilon^2) \text{----- (7)}$$

3. 数値計算の方法：(a)第1次近似解 式(6)において $O(\varepsilon)$ 以上の項を無視すると、角谷によって求められた第1次近似式を得る。この式を、波高および周期に関して規準化し、陰解法を用いて差分化して数値解を求める。また、数値解に対して適合条件および安定条件を検討した結果、第1次近似解については両条件を満足していることを確認した。(b)第2次近似解 式(6)において、 $O(\varepsilon)$ までの項を考慮すると第2次近似式を得るが、この式は水位変動以外にも、速度ポテンシャル Ω を含むので、 τ_{τ} および Ω_{τ} に対してそれぞれ次式の関係を保定する。

$$\tau_{\tau} = (d\xi/d\tau) \tau_{\xi}, \Omega_{\tau} = (d\xi/d\tau) \Omega_{\xi}$$

$$d^3/d\tau^2 = 3/2(V_0^{-3}Z_1) + 1/6(V_0 Z_{33} Z_1^3) - 1/4(B_0^* V_0^{-2} Z_1^3) \quad \text{-----}(8)$$

第2次近似式も第1次近似式の場合と同様に標準化し、式(8)を適用することにより差分化すればよいのであるが、 ϵ に関する5階の微係数を含んでいるため、直接に数値解を求めることは、差分スキームを複雑化し、安定条件を満足しにくくなるため、第2次近似式の数値計算には、次のような逐次近似を用いた。

$$Y_2 = Y_1 + \epsilon Y_2', \quad L_1(Y_1) = 0, \quad L_1(Y_2') = L_2(Y_1) \quad \text{-----}(9)$$

ここに、 L_1 は第1次近似式の差分式、 L_2 は式(6)の右辺における $O(\epsilon)$ の項の差分式を示し、 Y_1 は第1次近似式の数値解、 Y_2' は式(9)の第3式より得られる数値解、 Y_2 は第2次近似式としての数値解を示す。

また、第2次近似解については適合条件は満足されているが、安定条件には若干の問題点が残されている。

以上の差分方程式は、座標原点において初期波を与えることにより、空間座標に対する時間波形を求める境界値問題として解かれるため、座標原点の設定が問題となるが、こ

では、7/10波理論の適用領域から推測して、次のように定めた。

$$\left. \begin{aligned} h_1/L_0 &= 0.08 \quad (H_0/L_0 > 0.004) \\ h_1/L_0 &= 0.06 \quad (H_0/L_0 \leq 0.004) \end{aligned} \right\} \quad \text{-----}(10)$$

4. 数値計算の結果：図-2において、太い実線は第1次近似解、細い実線は7/10波理論の第2次近似解および一点鎖線は第2次近似解を示している。図-2(a),(b)はspilling breakerへの変形過程を、(c)(d)はplunging breakerへの変形過程を示唆していると思われる。さらに、近似による相違がほとんど現れていないが、第2次近似解の信頼性に若干の問題が残されているため、第2次

近似による補正が小さく結論づけるのは無理であろう。図-3は、海底勾配が1/20および1/50の場合に対するshoalingのグラフであるが、海底勾配の相違がshoaling曲線の特性を大きく変えていることがわかる。また、図-4は沖波波形勾配を0.01に固定して、海底勾配がshoalingに及ぼす効果をさらに見やすくした図である。紙面の都合で割愛したが、沖波波形勾配が小さい場合には海底勾配が緩やかになるにつれてslope=1/10から1/100まで単調に H/H_0 の増加率が增大している。しかし、図-4ではslope=1/20と1/50の間に H/H_0 の増加率に極値が存在していることが認められるのは興味深い。さらに、数値解が H/H_0 について極大値をとる点で定めた最大波高は、沖波波形勾配が同一であるにもかかわらず、海底勾配により著しい相違を示しているが、このことは数値的誤差によるものか、波の変形形態の相違によるものであるかは明らかではない。

5. 結論：以上、本研究の要約を示したが、波形および波高変化の特性と沖波波形勾配および海底勾配の効果の関数が理論的にかなり明らかにされた。しかし、数値計算であるために生ずる誤差の評価、および座標原点の決定に未解決な点が残されているため、今後解析解の誘導および適用限界の明確化の両面から研究を進める必要がある。

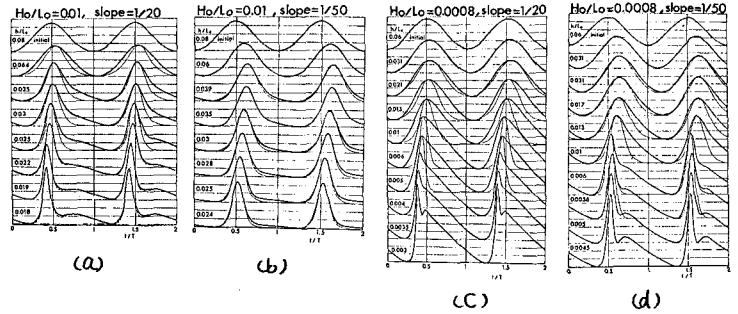


図-2 浅水化に伴う波形変化

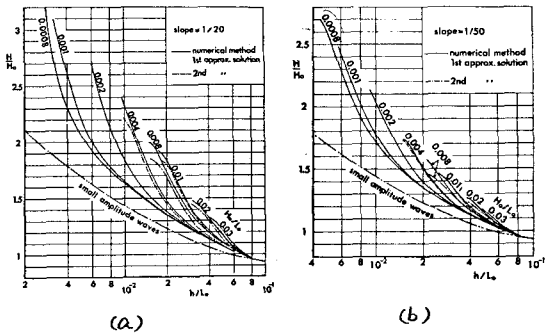


図-3 浅水化に伴う波高の変化(1)

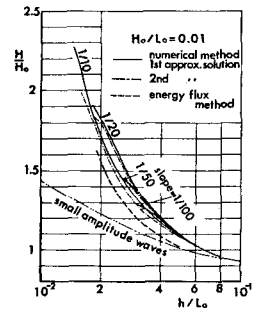


図-4 浅水化に伴う波高変化(2)