

II-15 造波水路内の発生初期波の非定常解

東工大 学生員 山口清一
A.I.T. 正会員 権貝博美

1. まえがき；海岸工学の分野においては，造波水路による実験の占める割合はかなり大きい。又，造波装置のタイスもピストン型，フラップ型等，さまざまである。したがって，このような造波水路内でおきる波についてしらべておくことは意義のあるものと思われる。このような研究には，合田¹⁾による鉛直振動流型での定常解，高山・神山²⁾による水槽全体を振動させ，振動・加速度場での過渡現象をピストン型の造波板によって起される波の非定常解へ適用したもの，筈があるが，本研究は，造波装置の動きを境界条件として，発生初期の非定常な波を微小振中波の仮定のもとに，Fourier 級数展開法を用いて解き，実験的に検証したものである。

2. 解析；座標軸を図-1 のようにとり，微小振中波を考えると，基礎方程式及び境界条件は次のようになる。

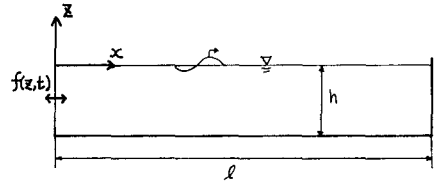
$$\phi_{xx} + \phi_{zz} = 0 \quad : 0 \leq x \leq l, -h \leq z \leq 0 \quad (1)$$

$$\phi_{tt} + g\phi_z = 0 \quad : z = 0 \quad (2)$$

$$\phi_z = 0 \quad : z = -h \quad (3)$$

$$\phi_x = f_t(z, t) \quad : x = 0 \quad (4)$$

$$\phi_x = 0 \quad : x = l \quad (5)$$



ここで， ϕ は速度ポテンシャル， l は造波水路長， h は水深， $f(z, t)$ は $x = 0$ における造波板の変位である。

図-1 概念図

ϕ を次のように Fourier 展開する。

$$\phi = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(z, t) \cos knx, \quad \phi_n = \int_0^l \phi(x, z, t) \cos knx dx \quad (kn = n\pi/l) \quad (6), (7)$$

同様に ϕ_{xx} も次のように展開する。

$$\phi_{xx} = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{xx, n}(z, t) \cos knx, \quad \phi_{xx, n} = \int_0^l \phi_{xx}(x, z, t) \cos knx dx \quad (8), (9)$$

(9) 式は部分積分により，(3)，(4) 式を用いて次のように変形できる。

$$\phi_{xx, n} = \int_0^l \phi_{xx} \cos knx dx = -f_t(z, t) - k_n^2 \phi_n \quad (10)$$

(1) 式に (6)，(8)，(10) 式を代入し変形する，

$$\phi_{n, zz} - k_n^2 \phi_n = f_t(z, t) \quad (11)$$

(11) 式の解は，(3) 式を用いることにより次のようになる。

$$\phi_n = C(t) \cosh kn(z+h) + \frac{1}{kn} \int_h^z \sinh kn(z-\xi) f_t(\xi, t) d\xi \quad (12)$$

(12) 式を(2)式に代入し，初期条件を考慮して解くことにより，求める ϕ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\cosh kn(z+h)}{\sinh kn} \int_0^t \sin \sigma_n(t-\tau) \left\{ \sinh kn\xi f_{\tau\tau}(\xi, \tau) - gkn \cosh kn\xi \cdot f_z(\xi, \tau) \right\} d\xi d\tau \right. \\ & \left. + \frac{1}{kn} \int_h^z \sinh kn(z-\xi) f_t(\xi, t) d\xi \right] \cos knx \end{aligned} \quad (13)$$

(ただし, $\omega_n^2 = g k_n \tanh k_n h$ である。)

また, 水面変動を η とすると, $\eta = -\frac{1}{8} \phi_{tt}|_{z=0}$ であるから,

$$\eta = -\frac{2}{g h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k_n} \left[\int_0^t \cos \omega_n(t-\tau) \left\{ \sinh k_n \xi \cdot f_{\tau\tau}(\xi, \tau) - g k_n \cosh k_n \xi f_{\tau}(\xi, \tau) \right\} d\xi d\tau \right. \\ \left. - \int_{-h}^0 \sinh k_n \xi \cdot f_{\tau\tau}(\xi, t) \right] \cos k_n x \quad (15)$$

(なお, ピストン型のように $f(z, t) = f(t)$ の場合は, $\eta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \tanh k_n h}{n \pi} \int_0^t \cos \omega_n(t-\tau) f_{\tau}(\tau) d\tau \cos k_n x$ となる。*)

3 実験 ; 前節で行なった解析を検証するために, 実験を行なった。造波水路は長さ 20 m, 巾 40 cm, 深さ 60 cm であり, 造波板は底にヒンジで固定されたフラップ型のものである。t = 0 から t = T まで造波板を動かした場合の波を対象とした。したがって, x = 0 での境界条件を次のように与えた。

$$f(z, t) = \begin{cases} U_0(1+z/h) \sin \omega_0 t & 0 \leq t \leq T \\ 0 & T < t \end{cases} \quad \begin{array}{l} U_0: \text{造波板の振幅} \\ \omega_0: \text{造波装置の振動数} \end{array}$$

図-2 は, $h = 30 \text{ cm}$, $\omega_0 = 2\pi/1.8 = 3.5 \text{ rad/sec}$, $U_0 = 5.3 \text{ cm}$, $T = \infty$ の場合の $x = 8, 12 \text{ m}$ の位置での時間波形の理論値と実験値を比較したものであり, 図-3 は, T を 3 周期とした場合のものである。

また, 本実験では, 波形勾配 (H/L) は, 0.014 であり, 微小振中波の適用限界を幾分越えているが, 図に見られるように理論値と実験値はかなり良く一致している。図-3 では後半の部分は波形がかなり乱れているが, これは造波板の動きが仮定したように動かなかったためであると思われる。

4 あとがき ; 微小振中波理論による時間依存の境界条件のもとでの波の非定常解が得られ, 実験ともかなり良く一致した。地震等による津波の発生の解析にも応用できるものと思われる。また, 水路の長さが無限大の場合には, Fourier 級数を Fourier 積分におきかえることによって本理論は, 適用可能となる。

参考文献

- 1) 合田良実: 鉛直振動流による造波の理論について, 利川海議 (1964) pp 69-73.
- 2) 高山知司・神山豊: 実験水路における波の伝播について, 第23回海議 (1976) pp 381-385.

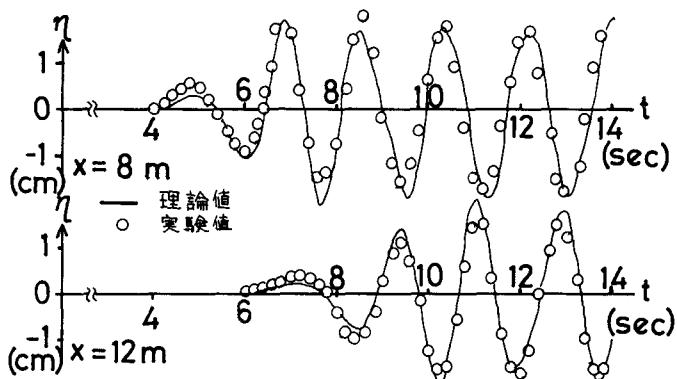


図-2 T = ∞

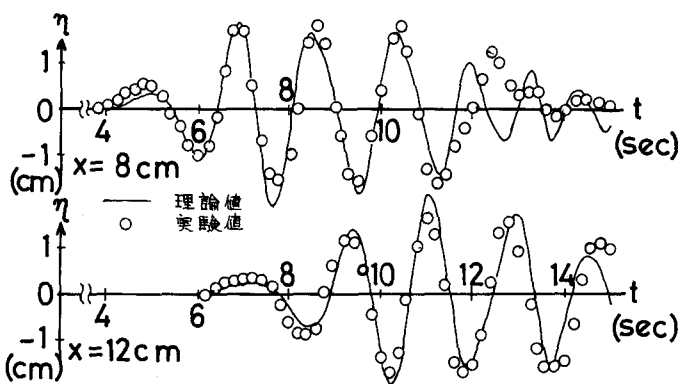


図-3 T ; 3 周期