

大阪府立工業高等専門学校 正員 平山秀夫

1. はしがき：これまで、重複波動中における底質の浮遊機構を解明するため、波動中での単一粒子の挙動と種々の角度から検討してきた。ここでは、これまでに得られた実験結果を用いて、重複波動中における単一粒子の挙動を運動方程式に基づいて検討しようとするもので、ここでは特に、波動中における個体粒子の運動に及ぼす Basset term の影響を評価するため、以下に示す2つの方法で Basset term の概略値を数値計算し、若干の考察を加えたものである。

2. 従来提案されている変動速度場での球状個体粒子の基礎運動方程式：(1) 低 Re 数の場合 ($Re \leq 1$)：Tchen (1947) は静水中での B. B. O. 方程式を基にして、(i) 速度場は無限領域で一様である、(ii) 粒子の回転もない、(iii) Stokes の抵抗則が成立する、という仮定の下に変動速度場の流体中で運動する球の運動方程式を次式のように表示した。

$$M \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} - \frac{1}{2} m \left(\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} \right) - 3\pi\mu d (\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f) - \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi\beta\mu} \int_{t_0}^t \frac{d\mathbf{v}_p}{dt_1} - \frac{d\mathbf{v}_f}{dt_1} dt_1 - g(M-m) \quad (1)$$

ここで、上式中の suffix の f, p はそれぞれ液体および粒子の特性を示し、 $M = \frac{\pi}{6} d^3 \rho_f$ 、 $m = \frac{\pi}{6} d^3 \rho_p$ 、 μ は粘性係数 ($\approx 1.029 \times 10^{-5} \text{ g} \cdot \text{sec}/\text{cm}^2$)、 ρ_f, ρ_p はそれぞれ粒子および液体の密度、 t_0 は starting time である。一方、Corrison and Lumley (1956) は、速度場が時空間的に変化する場合 (inhomogeneity) の粒子の運動方程式は次式で表現されるべきであることを提案している。

$$M \frac{D(\mathbf{v}_{p,i})}{Dt} = m \left[\frac{D(\mathbf{v}_{f,i})}{Dt} - \nu \frac{\partial^2 (\mathbf{v}_{f,i})}{\partial x_j \partial x_j} \right] - \frac{1}{2} m \frac{D}{Dt} [(\mathbf{v}_{p,i} - \mathbf{v}_{f,i})] - 3\pi\mu d [(\mathbf{v}_{p,i} - \mathbf{v}_{f,i})] - \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi\beta\mu} \int_{t_0}^t \frac{D}{Dt_1} [(\mathbf{v}_{p,i} - \mathbf{v}_{f,i})] dt_1 \quad (2)$$

ここで、subscript の i, j, k は conventional Cartesian tensor の記号で、 $D/Dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}_p)_k \partial/\partial x_k$ である。

(2) 高 Re 数の場合 ($Re > 1$)：Tchen (1947) は式(1)にかわって式(2)を提案している。

$$M \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} - k \cdot m \left(\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} \right) - C_0 \frac{\pi d^2}{4} \rho_f \frac{(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f)^2}{2} - \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi\beta\mu} \int_{t_0}^t \frac{d\mathbf{v}_p}{dt_1} - \frac{d\mathbf{v}_f}{dt_1} dt_1 \quad (3)$$

ただし、 k は virtual mass parameter と acceleration parameter $\{ (d\mathbf{v}_p/dt - d\mathbf{v}_f/dt) \cdot d/(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f) \}$ の関数、 C_0 は抵抗係数 $\{ (\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f) \cdot d/\nu \}$ の関数である。なお、この式(3)では、Basset term と式(1)と全く同様に定義しているが、高 Re 数の場合には、一般的には Basset term は定義できなくて、virtual mass の中に含んで考えるか、あるいは全く省略するのが普通のようなのである (Graf, W.H. 著 *Hydraulics of sediment transport* p.33)。

3. 基礎運動方程式の検討：以上2. で示したように、変動速度場での個体粒子の運動方程式は種々提案されているが、波動の場では時空間的に速度が変化することから式(2)を用い、さらに後述するように、相対速度差による粒子 Re 数も常に1よりも大であることから、式(2)中の抵抗項や virtual mass の項にも式(3)のような修正を加えた結果の式を用いて計算すべきであるが、ここでは、運動方程式中の各項の重力項に対する概略値を算定することによって特に Basset term の効果の程度を調べることに主眼とされていることから、最も簡単な式(1)を用い、さらに、次のような仮定の下で、鉛直方向の速度成分のみに限定して検討することとする。

(1) 仮定：i) 波動の速度場は、微小振幅波理論で十分表現されているものとする。ii) Stokes の抵抗則が成立するものとする。iii) Basset term の中の t_0 は読み取り開始時刻 $t=0$ から1周期 (T) までの間の値をとるものとする。

(2) 単一粒子の諸特性：i) 直径 $d = 0.2 \text{ cm}$ 、ii) 沈降速度 $w_0 = 2.15 \text{ cm/sec}$ 、iii) 沈降速度による粒子 Re 数 $= 43 (> 1)$ 、iv) 粒子の比重 $\rho_p/\rho_f = 1.032$

(3) 重力項に対する各項の比の値: ここでは、式(1)中の重力項 $g(M-m)$ で他の各項を除く、無次元化して、値を数値計算を行った。

(i) 重力項に対する Basset term の比の値 (BT1 とする): $BT1 = 0.0813 \times \int_0^t \frac{d}{dt'} (w_p - w_f) \sqrt{t - t'} dt'$ ----- (4)

(ii) " Virtual mass 項の比の値 (VM): $VM = 0.0159 \cdot (dw_p/dt - dw_f/dt)$ ----- (5)

(iii) " Stokes の抵抗項の比の値 (RE): $RE = 0.1447 \cdot (w_p - w_f)$ ----- (6)

(iv) " 圧力項の比の値 (PR): $PR = 0.03189 \cdot dw_f/dt$ ----- (7)

(v) " 粒子に加速させる力の総和の比の値 (FP): $FP = 0.03291 \cdot dw_p/dt$ ----- (8)

(4) Basset term の数値計算の方法: (i) 方法(1): Basset term を直接数値計算する方法で、実験値の読みとり間隔 Δt_1 (ストロボの照射周期) 刻みに差分化して数値計算する方法で、その差分化は次のようである。

$$\int_0^t \frac{d}{dt'} (w_p - w_f) \sqrt{t - t'} dt' = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta w_p}{\Delta t_i} - \frac{\Delta w_f}{\Delta t_i} \right) \frac{t_{i+1} x_{i+1} z_{i+1} \Delta t_i}{\sqrt{n \Delta t_i - (i-1) \Delta t_i}}; \left(\frac{\Delta w_p}{\Delta t_i} \right)_i = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{(\Delta t_i)^2}; \left(\frac{\Delta w_f}{\Delta t_i} \right)_i = \frac{(w_f)_{i+1} - (w_f)_{i-1}}{2 \Delta t_i} \quad (9)$$

ただし、具体的には、 $\Delta t_1 = 0.075 \text{ sec}$, $T = 1.15 \text{ sec}$, $n = T/\Delta t_1 \approx 15$ として求めた。

(ii) 方法(2): 式(1)中の Basset term と除いた他の各項を数値計算してその結果から Basset term を算出する方法で、この方法によって得られる結果を BT2 とすれば、BT2 は式(4)および式(5)~(8)を用いて次のように求められる。

$$BT2 = -FP + PR - VM - RE - 1.0 \quad (10)$$

4. 解析結果および考察: 以上のように方法によって得られる数値計算結果の一例と表-1 に示す。また、表中の w_p (個体粒子の鉛直速度), w_f (波動理論による水粒子の鉛直速度), $w_p - w_f$, BT1 および BT2 の結果と図示レムのが図-1 である。これらの結果から明らかに、単一粒子が微小振幅波動理論で十分表現されていると考えられる速度場と運動する場合に、

Basset term の重力項に対する比の値は、せいぜい 30% 程度であって時空間的に変化している。

しかしながら、方法(2)によれば、Basset term は重力項の数値に達する場合があり、必ずしも数値計算による方法(1)の結果と合致しない。この原因として、3. (1) で示した仮定による誤差や式(1)そのものの欠陥による誤差、あるいは数値計算にあ

たり、その分割のあきさや starting time のとり方などの問題が考えられる。しかしながら、このように方法(1)と方法(2)による結果に著しい差異が生じる場合があるということは、式(1)では完全に個体粒子の運動と表現できないということになり、式(1)の各項や表われない外力の存在と示唆しているものと思われるが、いかなる波動中におけるために類似する効果などに相当するものであるか未知である。最後に本研究が行うにあたり、総編集かい中指導と賜った 京都大学工学部表現准一教授、中教系と賜った 京都大学防災研究所土屋教員教授に心から感謝の意を表す。なお、本研究は、文部省科学研究費助成事業(A)による研究の一部であることと併せて謝意を表す。

表-1 各項の数値計算結果

EX(4); Run. 23-34, h=30cm, z=-25cm, kx=3\pi/4 (between the loop and the node), H=12.28cm, T=1.15sec										
BT1	VM	RE	PR	FP	BT2	w _p	w _f	BT2-BT1	t	
-0.014	-0.040	-0.472	0.629	0.776	-0.436	-1.224	2.039	-0.421	Δt ₁	
0.025	0.104	-0.450	0.723	0.962	-0.893	0.800	3.909	-0.913	2"	
0.038	0.034	-0.402	0.503	0.590	-0.719	2.608	5.387	-0.756	3"	
0.044	0.016	-0.385	0.117	0.154	-0.668	3.474	6.134	-0.713	4"	
0.019	-0.060	-0.400	-0.411	-0.550	-0.401	3.013	5.779	-0.420	5"	
0.009	-0.021	-0.428	-0.935	-1.011	-0.475	1.136	4.156	-0.484	6"	
-0.016	-0.053	-0.454	-1.246	-1.399	-0.340	-1.610	1.528	-0.324	7"	
0.009	0.048	-0.456	-1.206	-1.148	-0.651	-4.576	-1.428	-0.659	8"	
-0.012	-0.038	-0.452	-0.839	-0.946	-0.403	-7.015	-3.891	-0.391	9"	
-0.001	0.018	-0.458	-0.310	-0.283	-0.587	-8.446	-5.275	-0.586	10"	
-0.003	-0.004	-0.454	0.179	0.178	-0.542	-8.568	-5.433	-0.538	11"	
-0.018	-0.021	-0.462	0.503	0.477	-0.492	-7.806	-4.611	-0.474	12"	
0.021	0.048	-0.453	0.646	0.768	-0.718	-6.356	-3.227	-0.739	13"	
0.016	-0.006	-0.438	0.676	0.687	-0.569	-4.661	-1.635	-0.585	14"	
0.001	-0.011	-0.443	0.654	0.655	-0.547	-3.098	-0.033	-0.548	15"	

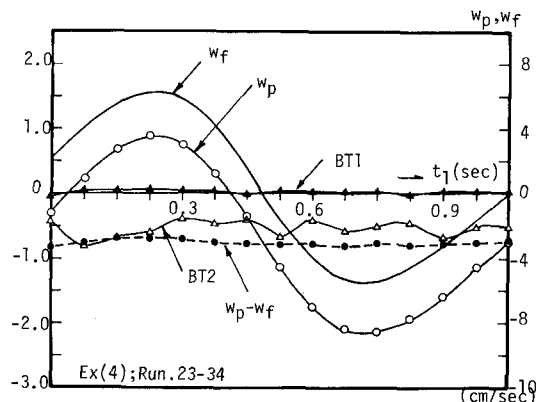


図-1 w_p と w_f および BT1 と BT2 の比較