

東北大学 正員 〇新聞 茂

東北大学 正員 佐武正雄

東北大学 学生員 小島 滋

1) まえがき

岩石やコンクリートなどのように、圧縮強度に比較し、引張強度の比較的小さい脆性材料の破壊は、一般に、亀裂の発生伝播により破壊が生じるものと考えられ、塑性流動が破壊の主な原因となっている金属材料とは、かなり異った破壊形式を示す。従来、亀裂の近傍の応力分布や応力拡大係数の解析に関する研究は数多くみうけられるが、脆性材料の直接の破壊の原因と考えられる亀裂の発生伝播を数値解析しようとする研究が始まったのは、比較的最近のことであり、まだその数も少ないようである。しかし、岩石やコンクリートなどの土木材料の終局強度を考える場合、亀裂の発生・伝播の解析はさきめて重要な問題である。亀裂の発生・伝播の有限要素法による解析法は大別し、Zienkiewicz¹⁾等がトンネルや地下発電所周辺の岩盤の解析に応用した、亀裂の入った要素は異方性になると考え亀裂の進展に対応し要素剛性を逐次修正する方法と宮本等²⁾の亀裂の入った要素は再分割し、要素境界によって亀裂を表現する方法とがある。本文は、有限要素法は複雑な形状の境界条件を表現するのが容易であるという特徴を考慮し、要素境界によって亀裂を表わし亀裂の発生伝播の解析を行ったものであるが、宮本等は引張応力による亀裂の伝播において、その伝播方向は要素の圆心を通るものとし、また亀裂が閉じた場合、亀裂面に生じる摩擦を無視しているのに対し、著者等は、引張応力による亀裂の伝播は、最大引張応力と垂直方向に伝播し、閉じた亀裂面には、摩擦力が作用するものと考えて解析を行った。

2) 亀裂伝播の解析方法

亀裂伝播の数値解析に用いた仮定および方法について説明する。

(i) 破壊規準としては、グリフィス理論によって、修正されたモールの包絡線

$$\tau^2 = \sigma_t (\sigma_t - \sigma) \quad (1)$$

を用いるものとする。ここに、 σ_t は材料の一軸引張強度である。

(ii) 亀裂先端の応力場は、亀裂先端Aを取り囲む要素(図-1において要素1~5)の応力を平均化して求める。また、圧縮応力を正とし、内部摩擦角を φ とすれば、亀裂の伝播は最大主応力と $(90^\circ - \varphi)/2$ の角度を成す方向に生じるものとする。このようにして求めた方向に有限要素モデルの節点がない場合には、図-1に示すように、要素の再分割によって節点の位置を移動し、要素境界で亀裂を表現する。なお、数値解析した応力場の精度を低下させないためには、再分割によって、極端な鋭角三角形が生じないように注意する必要がある。

(iii) 有限要素モデルは、一定三角形要素を用い、材料の構成方程式は、線形な弾性法則に従うものとする。

(iv) 亀裂が閉じた場合、クーロンの摩擦法則に従って、亀裂面には

$$\tau_t = \mu \sigma_n \quad (\sigma_n > 0) \quad (2)$$

のせん断力が作用するものとする。ここに、 μ は摩擦係数で、 τ_t と σ_n は、それぞれ亀裂面の表面力の接線および垂直成分である。

(v) 亀裂面の σ_n がゼロまたは負になった場合、亀裂は再び開くものとする。

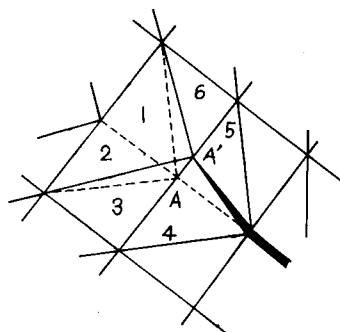


図-1

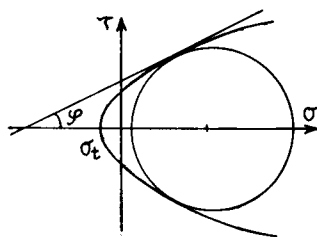


図-2

3) 数値計算例

内部に初期亀裂を有し、一軸圧縮荷重を受ける正方形供試体の分岐亀裂の伝播の解析例を説明する。材料は花崗岩であると想定し、ヤング率 $E=1.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.15$ 、一軸引張強度 $\sigma_t = -70 \text{ kg/cm}^2$ で、初期亀裂は、供試体の対角線上(図-3(b))にあり、供試体の一辺の長さ L と初期亀裂の長さ c との比は $c/L = \sqrt{3}/3$ で、供試体は平面応力状態にあり、端面拘束はないものとする。分岐亀裂は、初期亀裂の先端近傍から、引張応力によって、亀裂面に垂直に

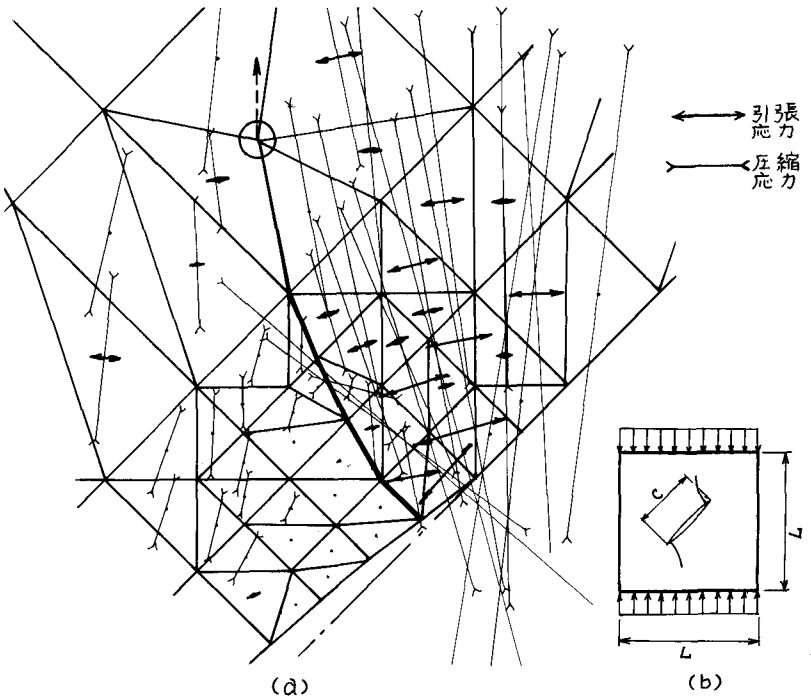


図-3

発生するか、進展するにつれて次第に経路を変更し、荷重方向に拘って伸びてゆく。図-3(a)の太線は亀裂の進展経路で、また破線と示した矢印は、次の段階の亀裂の伝播方向である。この計算例では、常に引張破壊によって亀裂が進展しているのが特長的である。

4) 考察

有限要素法で数値解析した分岐亀裂の発生位置や進展経路は、Brace等³⁾およびHeck等⁴⁾の実験とかなり良好な一致を示している。亀裂の伝播に伴い、供試体全体としてのヤング率は、極くわずかながら減少し、一方ポアソン比は、かなりな増大を示している。本文で用いた要素境界によって亀裂を表現する方法を用いた研究には、川井等の改良有限要素モデルによるスラブの崩壊過程のシミュレーションがある。この解析方法では、亀裂は常に曲線として表現される。一方、亀裂の入った要素は異方性になるものとし、要素剛性を逐次修正する方法は、和田等⁵⁾、斎藤等⁶⁾および川本等⁷⁾によっても応用されている。この方法は、通常の弾塑性解析と構成方程式を修正するという点で類似しており、非常に小さい要素を使用しない限り、亀裂はかなり巾の広い領域として表現されることになる。しかし、引張、せん断、混合などの破壊条件によって、これら2つの方法を使い分けて解析することも考えられる。

5) あとがき

亀裂の伝播を解析する方法を説明し、応用例を用いて実験結果と良く一致することを示した。本文では、初期亀裂を含む以外は、均一な材料であるとして解析を行ったが、一般の材料は個々の部分によって性質が異なり、これらの諸条件を考慮することや要素の自動分割などの方法を導入し、数値解析方法を組織化してゆくことが重要であると考えられる。

参考文献

- 1) Zienkiewicz, O.C., Valliappan, S. & King, I. P., *Geotechnique*, 18, pp. 56-66, 1968.
- 2) 宮本, 福田, 才24回応用力学連合講演会講演論文叢論集, pp. 201-202, 1974.
- 3) Brace, W. F. & Bombolakis, J., *J. Geophys. Res.* 68, pp. 3709-3713, 1963.
- 4) Hoek, E. & Bieniawski, Z. T., *Int. J. Fac. Mech.*, 1, pp. 137-155, 1965.
- 5) 和田, 丹羽, 小本, 工学会第31回年次学術講演会講演概要集, 5, pp. 129-130, 1976.
- 6) 斎藤, 柳場, 川村, 同上, pp. 28-29, 1976.
- 7) Kawamoto, T. & Saito, T., *Numerical Methods in Geomechanics* (ed. by C. S. Desai) pp. 791-801, pub. by ASCE, 1976.