

○ 名高速道路公社 正員 飯田孝朗
名古屋工業大学 正員 長谷部宣男

まえがき

切り欠き部には応力集中現象が起り、そこからクラックの発生等を引き起す。よって切り欠きから発生したクラックに關する解析は、興味あることと思われる。ここでは半無限板の縁の三角形切り欠きから発生したクラックの解析を行つた。

切り欠きのみ、切り欠きから発生したクラック、の各場合の応力分布とクラックの応力拡大係数(S.I.F.)を解析した。さらに切り欠きから発生したクラックのS.I.F.を求める近似式を述べるものである。

解法

ここでは平面向題の解法の一つである有理写像関数を用いたMuskhelishviliの方法を用いた。単位円内の写像関数に次のような分式を用いた。

$$z = \omega(\zeta) = \sum_{k=1}^n \frac{F_k}{\zeta_k - \zeta} \quad (1)$$

又、クラックのS.I.F.は写像関数 ω を用いて、次の

$$K_I - iK_{II} = 2\sqrt{z} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \frac{\phi(\eta)}{\sqrt{\omega'(\eta)}} \quad (2)$$

から求められる。今の場合、 $\gamma = \frac{\pi}{2}$ である。

解析結果

ここでは境界条件として無限遠での一様引張りを施した。又、三角形切り欠きの角度を $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 140^\circ, 160^\circ$ と変化させ、各角度における切り欠きのみ、切り欠きから発生したクラック、の各場合の応力解析を行つた。クラックについては深さを色々と変化させて解析した。尚クラックはy軸に沿う理想的なものとした。一例として 90° の三角形切り欠きの場合の応力分布を図-1, 2に示す。

図-1は切り欠きのみの場合、図-2はクラックのある場合である。当然のことながらクラック近傍の応力分布は、クラックのない場合のそれとは異なる。図-3はクラックのない場合のそれとは異なる。図-3はクラックのない場合のそれとは異なる。

式(2)によって各角度の三角形切り欠きから発生したクラックの各深さに対するS.I.F.が解析される。構造物、荷重の対称条件より今の場合 $K_{II} = 0$ である。図-3は無次元化してS.I.F.

$$F_a = \frac{K_I}{\sqrt{(a+b)\pi} \sigma_0} \quad (3)$$

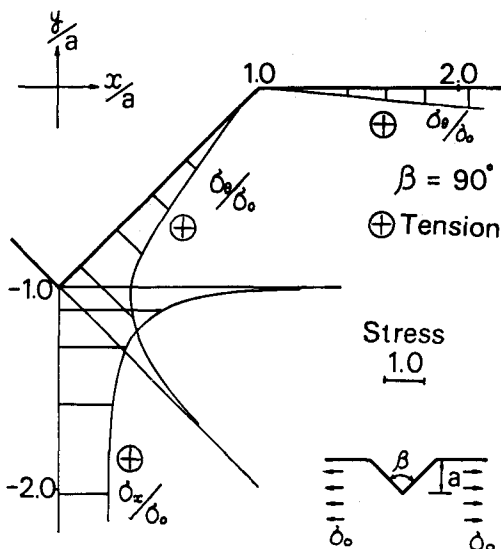


図-1 クラックのない切り欠きの場合の応力分布

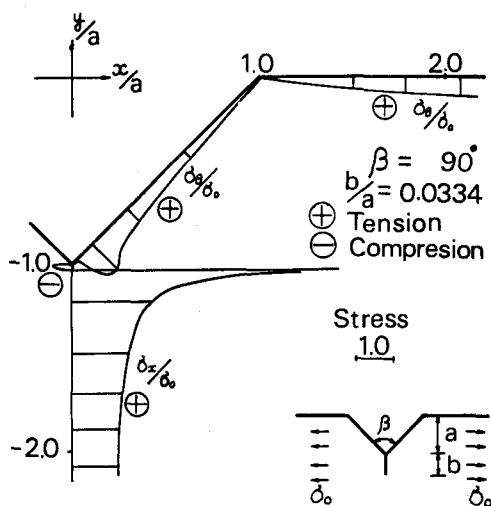


図-2 クラックのある場合の応力分布

を示す。この図から各角度についてクラックの長さが増え、半無限板の縁に発生したクラック(今の場合の $\beta = 0$ に相当)のS.I.F.(1.1215)に漸近していくのが分る。このことは各角度の切り欠きから発生したある長さ以上に長いクラックのS.I.F.が $(a+b)$ の長さのクラックのS.I.F.で近似できるということである。

次に切り欠きから発生したクラックのS.I.F.の近似式として、次式

$$K_I = C \cdot \sqrt{\pi \cdot \frac{b}{a}} \cdot f(b) \cdot \sigma_0 \quad (4)$$

C: 係数

$f(b) \cdot \sigma_0$: クラック発生前の対称軸上の応力分布

を考える。先に解析した切り欠きのみの場合の応力値を用いて、各角度の各クラック長さに対するC値を逆算すると図-4を得る。この図より各角度に対してある長さまではC値と一定値と見なすことができる。

さらに三角形切り欠き付近の応力分布は次式で近似できる。

$$f(b) \cdot \sigma_0 = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cdot b^{m_j} \quad (5)$$

今の場合、対称性より m_j は

$$(m+1) \cdot \sin(2\pi - \beta) + \sin(m+1)(2\pi - \beta) = 0$$

の根である。ここで式(5)の1項、

R及び1項と定数項を考えた場合の2通りを考えてみる。そうすると式(4)は

$$K_I = C \cdot \sqrt{\pi \cdot \frac{b}{a}} \cdot a_1 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{m_1} \quad (6)$$

$$K_I = C \cdot \sqrt{\pi \cdot \frac{b}{a}} \cdot (a_1 \left(\frac{b}{a}\right)^{m_1} + a_0) \quad (7)$$

となり、短いクラック即ち $\frac{b}{a}$ の小さい場合のS.I.F.は式(6)により計算される。ク

ラックが長くな、

た場合のS.I.F.は図-3の考察より次式

$$K_I = 1.1215 \sqrt{(a+b)\pi} \cdot \sigma_0 \quad (8)$$

から計算される。

式(6),(7),(8)を用いて各角度の切り欠きから発生したクラックのS.I.F.の近似式が計算される。一例として90°の場合について近似値と解析値の比較結果を表-2に示す。この表より式(6),(7),(8)を使いわけることによってかなりの精度でS.I.F.を求めることができることが分る。各角度について式(6),(7)の a_1 , a_0 , m_1 , C値を表-1に示す。

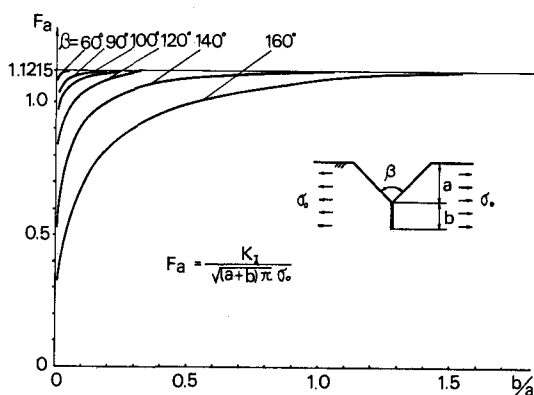


図-3 無次元化した応力拡大係数

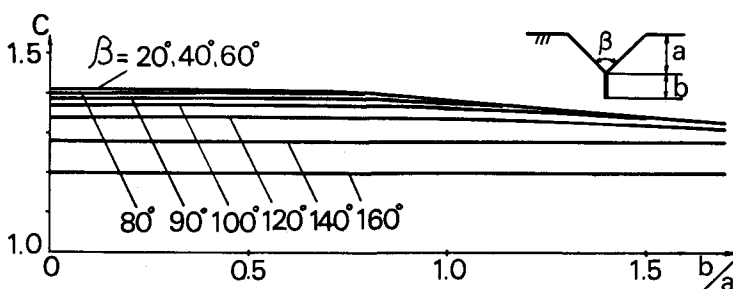


図-4 式(4)のC値

表-1 近似式(6),(7)の係数

β	60°	80°	90°	100°	120°	140°	160°
m_1	-0.488	-0.470	-0.456	-0.437	-0.384	-0.303	-0.181
C	1.41	1.40	1.39	1.37	1.34	1.28	1.20
Eq. (6) a_1/σ_0	0.836	0.889	0.924	0.966	1.069	1.190	1.258
Eq. (7) a_1/σ_0	0.825	0.875	0.895	0.934	1.044	1.143	1.240
Eq. (7) a_0/σ_0	0.125	0.083	0.105	0.099	0.062	0.087	0.024

表-2 解析値, 近似式(6),(7),(8)の値

β	b/a	$K_I/\sqrt{\pi\sigma_0}$ (1)	Eq. (4)				Eq. (8) (4)	Error % (4)-(1) (1)
			Eq. (6) (2)	Error % (2)-(1) (1)	Eq. (7) (3)	Error % (3)-(1) (1)		
90°	0.0110	1.0424	1.0511	0.8	1.0332	-0.9	1.1276	8.2
	0.0335	1.0975	1.1045	0.6	1.0964	-0.1	1.1401	3.9
	0.0814	1.1504	1.1490	-0.1	1.1544	0.3	1.1662	1.2
	0.1979	1.2256	1.1953	-2.5	1.2226	-0.2	1.2274	0.2
	0.5389	1.3918			1.3177	-5.3	1.3913	-0.04