

長崎大学工学部 正員 ○ 崎山 毅

長崎大学工学部 正員 栗谷和夫

1. まえがき アーチ系橋梁における主アーチの軸線形状としては、拱矢比が比較的小さな鋼橋にあっては、主として放物線および四角が用いられ、また、拱矢比が比較的大きな鉄筋コンクリート橋にあってはカテナリー曲線が用いられている。また、通常のアーチ橋にあっては、主アーチはいわゆる変断面部材となる場合が多い。

従来のアーチに関する研究にあっては、特定の軸線形状や限られた変断面性を有するアーチを対象として、その軸線形状や変断面性を前提とした解析が行われている場合がほとんどで、汎用性のあるアーチの座屈解析法に関する研究は不十分であると思われる。

本研究は、任意平面曲線を軸線とする任意変断面リブアーチの座屈解析法について述べ、これを用いてアーチの座屈耐荷性にあよぼす、軸線形状、変断面性、荷重形式、拱矢比、細長比、せん断変形などの影響を明らかにしようとするものである。

2. 基礎方程式

アーチ軸長、アーチ支間、基準断面二次モーメントおよび基準断面積を l, L, I_0 および A_0 とし、 $Q = -L^2 \bar{Q} / EI_0$, $N = -L^2 \bar{N} / EI_0$, $M = -L \bar{M} / EI_0$, $w = \bar{w} / L$, $u = \bar{u} / L$ および $\eta = s / l$ なる無次元化した、せん断力、軸力、曲げモーメント、撓線方向変位、法線方向変位およびアーチ軸に沿った無次元座標を用うれば、強度 $p(\eta)$, $g(\eta)$ で表わされる法線方向、撓線方向荷重を受ける変断面任意形アーチの座屈方程式は次の各式となる。

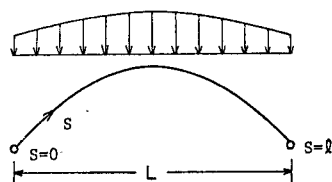


図-1

$$\frac{dQ}{d\eta} = -\frac{l}{R(\eta)} N - \nu^2 k^2 \frac{R(\eta) I_0}{l} \frac{p(\eta)}{p_0} \cdot M - \nu k^2 \frac{g(\eta)}{p_0} \theta \quad (1.a)$$

$$\frac{dN}{d\eta} = \frac{l}{R(\eta)} Q - \nu^2 k^2 \frac{R(\eta) I_0}{l} \frac{g(\eta)}{p_0} \cdot M + \nu k^2 \frac{p(\eta)}{p_0} \theta \quad (1.b)$$

$$\frac{dM}{d\eta} = \nu Q \quad (1.c), \quad \frac{dQ}{d\eta} = \nu \frac{I_0}{I(\eta)} M \quad (1.d) \quad \frac{dw}{d\eta} = \frac{l}{R(\eta)} u - \frac{\nu}{a^2} \frac{A_0}{A(\eta)} N \quad (1.e)$$

$$\frac{du}{d\eta} = -\frac{l}{R(\eta)} w + \nu \theta - \frac{\nu}{a^2} \frac{EI_0}{EI(\eta)} \frac{A_0}{A(\eta)} Q \quad (1.f)$$

ただし、 $k^2 = p_0 L^3 / EI_0$, $a^2 = A_0 L^3 / I_0$, $\nu = l / L$ であり $p_0, R(\eta)$ は基準荷重強度、曲率半径である。

3. 離散的一般解

$I(\eta), A(\eta), R(\eta), p(\eta), g(\eta)$ を変数係数とする連立微分方程式 (1.a) ~ (1.f) の解析解を求めることは困難である。したがって、本研究においては①微分方程式の積分方程式への変換と②積分方程式の近似解法の応用とにより、方程式 (1.a) ~ (1.f) の、アーチ軸 m 等分点における離散的一般解を求める。

この離散的一般解法の有用性については、文献(1)において確認されている。分割長 λ における $I(\eta), A(\eta), R(\eta), p(\eta), g(\eta)$ の値を I_i, A_i, R_i, p_i, g_i とすれば、連立微分方程式 (1.a) ~ (1.f) の離散的一般解は

$$\begin{bmatrix} Q_i \\ N_i \\ M_i \\ \theta_i \\ w_i \\ u_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1i} & a_{2i} & a_{3i} & a_{4i} & a_{5i} & a_{6i} \\ b_{1i} & b_{2i} & b_{3i} & b_{4i} & b_{5i} & b_{6i} \\ c_{1i} & c_{2i} & c_{3i} & c_{4i} & c_{5i} & c_{6i} \\ d_{1i} & d_{2i} & d_{3i} & d_{4i} & d_{5i} & d_{6i} \\ e_{1i} & e_{2i} & e_{3i} & e_{4i} & e_{5i} & e_{6i} \\ f_{1i} & f_{2i} & f_{3i} & f_{4i} & f_{5i} & f_{6i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 \\ N_0 \\ M_0 \\ \theta_0 \\ w_0 \\ u_0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (2.a) \\ (2.f) \end{matrix}$$

式(2.d)~(2.f)に示すとおりとなる。ただし

$$a_{Ri} = \delta_{Ri} - \sum_{j=0}^i \beta_{ij} \left(\frac{l}{R_j} b_{Rj} + \nu^2 k^2 \frac{R_i}{l} \frac{I_0}{I_j} \frac{p_i}{p_0} C_{Rj} + \nu k^2 \frac{I_i}{p_0} d_{Rj} \right)$$

$$f_{Ri} = \delta_{Ri} - \sum_{j=0}^i \beta_{ij} \left(\frac{l}{R_j} e_{Rj} - \nu d_{Rj} + \frac{\nu}{a^2} \frac{ME}{G} \frac{A_0}{A_j} a_{Rj} \right)$$

δ_{ij} : クロネッカーのデルタ, β_{ij} : 重み係数

4. 座屈耐荷性

放物線, カテナリー, 円弧およびサイクロイド形の2ヒンジアーチおよび固定アーチに対するRadial Load, Rib LoadおよびDeck Loadの座屈時変重強度を図2~4に示す。これらより, 概略, 次の事項明らかになる。

(1) 各アーチの座屈耐荷性にあはる軸線形状の影響は2ヒンジアーチにおいて大きく表われ, 固定アーチにおいては比較的小さい。

(2) 2ヒンジアーチにおいては, 放物線アーチの座屈耐荷性が最も低く, カテナリー, 円弧, サイクロイドの順に高くなる。

(3) 固定アーチにおいては, 2ヒンジアーチの場合とは逆に, サイクロイドアーチの座屈耐荷性が最も低く, 円弧, カテナリー, 放物線の順に高くなる。

(4) 拱矢比 f/L が0.1より小さい場合には, 軸線形状の差異はほとんどあらわれない。

矩形断面を有し, 断面の高さが h であり $h(\eta) = h_0(1 + \sin \pi \eta)$, $h(\eta) = h_0(1 - 0.5 \sin \pi \eta)$ で変化する2ヒンジアーチおよび固定アーチに対するRadial Loadの座屈時変重強度を図5, 6に示す。これより, 変断面アーチにおいては, 軸線形状の差異がより明確になることがわかる。

(1) 崎山毅, 栗原和夫; 変断面梁柱の座

屈解法について, 長崎大学工学部研究報告第8号昭和52年1月

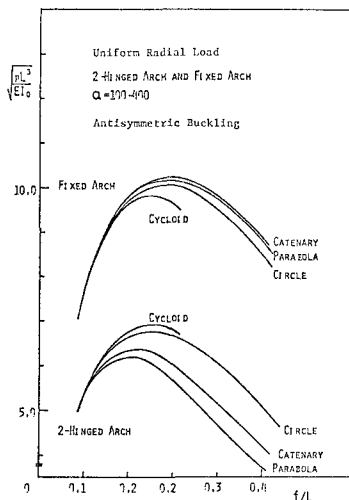


図-2

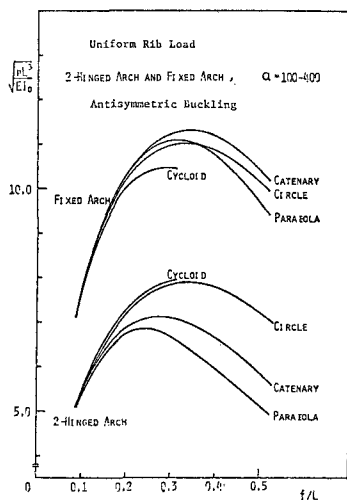


図-3

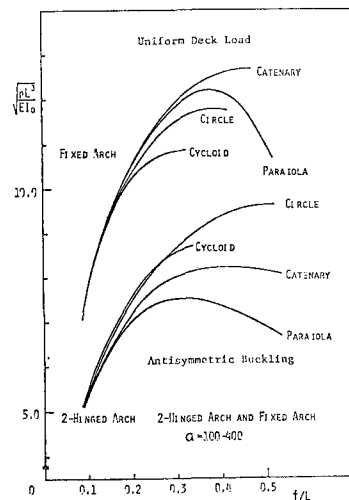


図-4

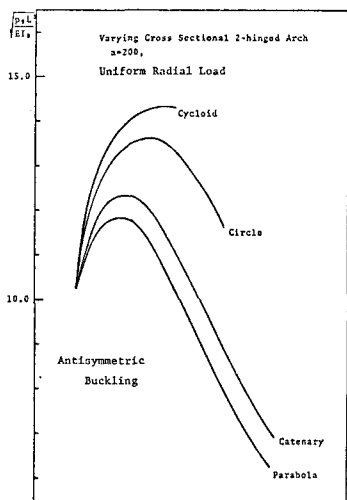


図-5

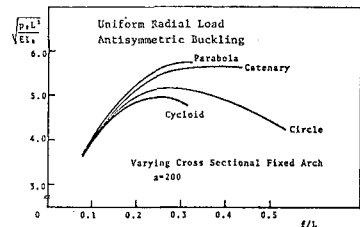
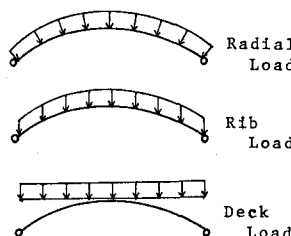


図-6