

(株)神戸製鋼所 正員

〃

〃

〃

〃

頭井 洋

新家 徹

波田 凱夫

1. まえがき

2ヒンジアーチや固定アーチについては、非弾性域のみろがりおよび変形の影響を考慮した面内耐荷力解析が最近盛んに行なわれるようになり、¹⁾順次その耐荷力特性が明らかにされつつある。著者らも伝達マトリックス法を用いた解析手法¹⁾、耐荷力におよぼす初期不整の影響および模型実験による検討等²⁾について報告してきた。このようにアーチの面内耐荷力については、かなり明らかにされ、実用的な設計公式も提案されている。一方ローゼ桁やランガー桁あるいはニールセン橋等の補剛桁を有するアーチの面内耐荷力については、マトリックス変形法を用いた^{2,3)}の研究がみられる程度で今後の研究に待つところが大きい。本報告は、これまでのアーチに関する著者らの研究を發展させて、二次解析に基ずく伝達マトリックス法を用いて補剛桁を有するアーチの面内耐荷力解析を行ない、これらアーチの面内耐荷力特性を明らかにしようとしたものである。今回は、解析手法の概要および上・下路ローゼ桁の計算例について報告する。

2. 解析手法の概要

基礎式の誘導にあたり、用いた主な仮定は以下のとおりである。

(a)断面の圆心を連結した線をもつて骨組の軸線を代表させる。(b)適当に分割された棒要素内では、伸び剛性EA、曲げ剛性EI および変形前の骨組軸線の曲率は一定である。ただし補剛桁は直線要素よりなる。また変形前の軸線に関して法線方向および接線方向の荷重は要素軸線上で等分布する。(c)要素に作用する荷重は、変形後もその作用方向を変えない。(d)ひずみ反転による影響は無視する。(e)腹材の曲げ剛性は無視する。

材料非線形の影響は、文献1)と同様曲げ剛性、伸び剛性の減少率 α 、 β を用いて考慮する。このときM-N- ϕ -E関係は、算定法I)残留応力、ひずみ硬化を無視し関数表示したもの¹⁾、算定法II)断面細分割法を用いて残留応力、ひずみ硬化を考慮したもの²⁾の二通りの手法により計算する。アーチ部材の基礎式は、先に報告したもの²⁾のを用いる。補剛桁の2次理論による1階の基礎建立微分方程式は、結果のみ示すと次のようになる。

$$\frac{dZ_i^q}{ds} = A_i^q(s) \cdot Z_i^q + L_i^q \quad (1)$$

ここに

$$Z_i^q = \{w, v, \psi, M, N, Q\}_q^T \quad (T \text{は転置を示す})$$

$$L_i^q = \{0, 0, 0, 0, P, -\phi\}_q^T$$

$$A_i^q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/EA \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/EI & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & M/EA \\ 0 & 0 & P & 0 & -M/EA & 0 \end{bmatrix}$$

式(1)の係数マトリックス A_i^q の要素に含まれる分布荷重 P 、 ϕ および曲げモーメント M が変形の影響を表わすパラメータとなる。式(1)を解けば補剛桁の格周伝達マトリックスが得られる。ここではRunge-Kuttaの数値積分法を用いた。アーチ部材と補剛桁の状態量ベクトル Z_k^A 、 Z_k^q を同時に左から右へと移行する伝達方程式は、アーチ部材および補剛桁の格周伝達マトリックス U^A 、 U^q を用いて式(2)で表わされる。

$$\begin{bmatrix} Z_k^A \\ Z_k^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^A & 0 \\ 0 & U^q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{k-1}^A \\ Z_{k-1}^q \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} V \\ V' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ u' \end{bmatrix} \quad (3)$$

またアーチ部材と補剛桁とを連結する腹材の基礎式は、式(3)で表わされる³⁾(図1参照)。

ここに k は部分剛性マトリックスであり次式により与えられる。

$$k = \frac{EA}{L_0} \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix} L \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 + U, \sin \varphi_0 + V \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix}, \quad V' = \begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}, \quad U' = \begin{bmatrix} u'_x \\ u'_y \end{bmatrix}$$

k に含まれる U, V および $\cos \varphi, \sin \varphi$ が変形の影響を表す非線形項である。式(3)の詳細については参考文献(3)を参照されたい。式(3)を用いて、アーチ部材の節点 k_A , 補剛桁節点 k_B に連結する腹材による節点力は、

$$Q_k = K_k \cdot u_k + S'_k \cdot u_{k-1} + S_k \cdot u_{k+1} \quad (4)$$

となる。ここに

$$Q_k = \begin{bmatrix} Q^A_k \\ Q^B_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_k^A, \quad u_k = \begin{bmatrix} u^A_k \\ u^B_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}_k^A$$

であり、係数マトリックス K_k, S'_k, S_k は斜材あるいは垂直材の部分剛性マトリックスより構成され腹材の配置により決まるものである。式(4)に各節点における変位の適合条件、断面力の釣合い条件を用いると格点伝達式が得られ、これと式(2)および両端の境界条件を用いて以下通常の伝達マトリックス法の手法により全節点の状態量が得られる。計算の手法は、単独アーチの場合と同様で、荷重を順次漸増させ、その都度、式(2)および(3)に含まれる未知量の収束計算を行なっている。

3. 計算例

図2は、満載等分布荷重 w に加えスパンの片側半分に荷重 p が載荷した時の上路および下路ローゼ桁の荷重と鉛直変位(0.3 ℓ 處)との関係を示したものである。荷重 w は、アーチと補剛桁に等分に載荷し、荷重 p は補剛桁に載荷した。荷重比 p/w は0.5とした。断面は正円箱型とし、残留応力は無視している。図2で破線は、材料の非線形性を無視した場合の解を示している。周知のように、補剛桁に軸力の生じる下路ローゼの弾性座屈荷重は、上路ローゼや2ヒンジアーチのそれと比べ非常に大きくなる。図2より、荷重 p が半載した場合でも、材料の非線形性を無視すれば、下路ローゼではかなり大きい荷重まで荷重と変位の関係はほぼ線形関係にあることがわかる。これに対し上路ローゼでは荷重の小さい時から幾何学的非線形性の影響が大きくなる。材料の非線形性を考慮すると、下路ローゼ桁は断面が塑性域に達した後急激に変位が増大し終局状態に至ることがわかる。図3は、図2と同じ条件で荷重比 p/w を変化させた時の λ_{cr} と p/w の関係を示したものである。図3には参考のため2ヒンジアーチの値も示した。ただし断面積、断面2次モーメントともにローゼ桁のアーチ部材と補剛桁のそれを加えたものを用いている。図よりわかるように、下路ローゼの λ_{cr} は2ヒンジアーチのそれより若干大きくなり、ており、上路ローゼは逆に若干2ヒンジアーチより小さくなる。図3より、下路ローゼと2ヒンジアーチおよび上路ローゼとの耐荷力の比は、弾性座屈荷重のそれと異なり、それほど大きな差がないことがわかる。その他の計算例は講演当日スライドにより報告する予定でず。

参考文献

- 1) 新家・頭井・波田: "アーチの面内非弾性座屈と終局耐荷力の解析", 土木学会論文報告集 No. 244, 1995.12
- 2) "アーチの面内耐荷力解析と模型実験", (投稿中)
- 3) 新家・頭井・大谷: "大変形法による吊橋の解析とその応用", 神鋼 R&D Vol.24, No.2, 1994

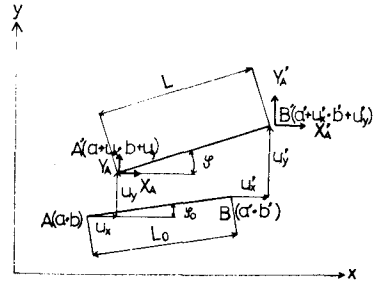


図1 直線部材の変位と材端力

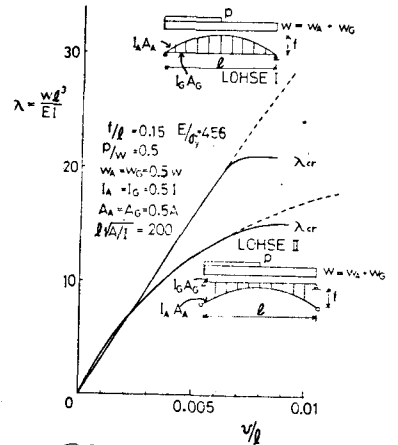


図2 上・下路ローゼの荷重変位曲線

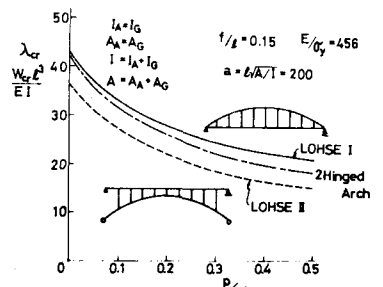


図3 上・下路ローゼの λ_{cr} と p/w の関係