

まえがき

面内にせん断荷重を受ける比較的厚い板が円孔を有する場合、応力集中のため弾塑性応力状態で不安定となる弾塑性座屈を起すことがある。この現象は塑性崩壊荷重に近いところで起るため後座屈強度もあまり期待できず構造物の終局強度へ直接影響を及ぼす。本報告ではFig. 1に示すような正方形板が周辺で単純支持あるいは固定されている場合の弾塑性座屈解析をエネルギー法(Rayleigh-Ritz法)により行ない、円孔径と弾塑性座屈荷重の関係を明らかにし、既に発表されている他の実験結果と比較し検討を加える。

解析方法

解析の対象とする正方形板は中心に円孔を有し周辺に等分布のせん断荷重を受け、初期にたわみおよび初期応力はないものとする。座屈解析に必要な弾塑性応力分布は有限要素法の初期応力法によって解析する。用いる要素は要素内応力一定の三角形要素で要素分割はFig. 1に示すとおりである。材料特性は弾性域のポアソン比を0.3とし、ひずみ硬化のない弾塑性体でミゼースの降伏条件に従うものと仮定している。エネルギー法による座屈解析は板が座屈を起すときの面外変形を表すたわみ関数を幾何学的条件を満足するように選り、座屈時のポテンシャルエネルギー最小の条件により固有値問題に変換する。

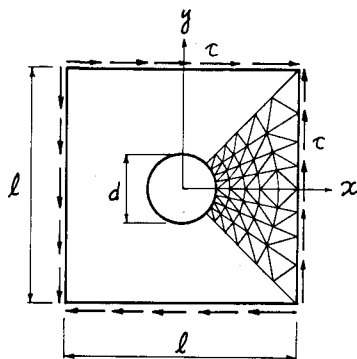


Fig. 1

たわみ関数はFig. 1の座標系に於いて次のように仮定する。

$$\begin{aligned} \text{単純支持 } W(x, y) = & a_{11} \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} + a_{22} \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{2\pi y}{l} + a_{13} \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{3\pi y}{l} + a_{31} \cos \frac{3\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} \\ & + a_{33} \cos \frac{3\pi x}{l} \cos \frac{3\pi y}{l} + a_{24} \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{4\pi y}{l} + a_{42} \sin \frac{4\pi x}{l} \sin \frac{2\pi y}{l} + a_{44} \sin \frac{4\pi x}{l} \sin \frac{4\pi y}{l} \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{固定 } W(x, y) = & \cos^2 \frac{\pi x}{l} \cos^2 \frac{\pi y}{l} [a_{00} + b_{11} \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{\pi y}{l} + a_{22} \cos \frac{2\pi x}{l} \cos \frac{2\pi y}{l} + b_{22} \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{2\pi y}{l} \\ & + b_{33} \sin \frac{3\pi x}{l} \sin \frac{3\pi y}{l} + a_{11} \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} + a_{33} \cos \frac{3\pi x}{l} \cos \frac{3\pi y}{l} + b_{44} \sin \frac{4\pi x}{l} \sin \frac{4\pi y}{l}] \dots (2) \end{aligned}$$

孔のない正方形板のせん断座屈荷重に対して、たわみ関数(1)および(2)は5項までで急速に厳密解(現在までに得られている最も精密な解)に収束しそれぞれ0.9%および0.16%大きい値を与える。8項全部ではそれぞれ0.7%と0.9%大きい値を与える。したがって無孔板に対しては5項とれば充分と思われるが、有孔板はより複雑な座屈モードになることを考慮して有孔板の座屈解析には式(1)と(2)の全項(8項)を用いる。

ポテンシャルエネルギーを計算するために二重積分を行なう必要があるが、これにはガウスの数値積分法を適用し、各有限要素内に7つの積分点をとっている。

解析結果と考察

円孔径と弾性せん断座屈強度の関係はすでに報告⁽¹⁾したのでその結果だけをFig. 2に示す。ただし図中の座屈係数は次式で定義する。

$$C_w = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \dots (3) \quad \text{ここに } t \text{ は板厚}$$

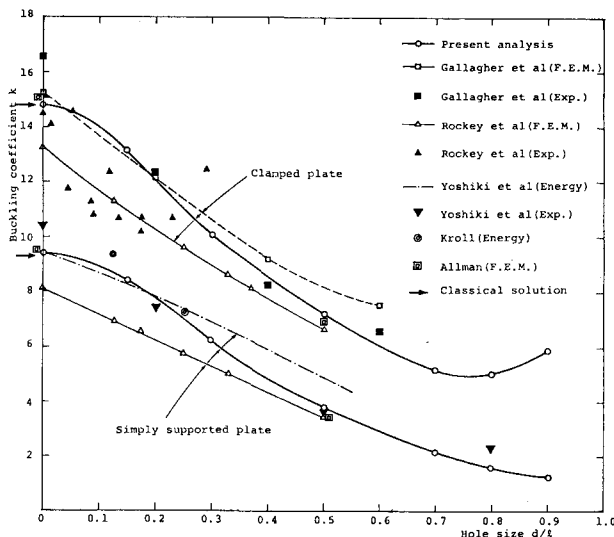


Fig. 2 Variation of Elastic Buckling Coefficients with Hole Size

単純支持板の弾塑性せん断座屈曲線を Fig. 3 に示す。森の場⁽²⁾は弾塑性座屈を目的として二種類の板厚について実験的研究を行なっているが、いずれも塑性崩壊領域あるいはそれに非常に近い領域の実験となっている。また実験結果のバラツキも大きいこともあり本解析結果を参照するには必ずしも適当と思われないが実験の平均的な値と比較すると $d/t=0.37$ 以外は実験値が本解析値よりかなり大きい値を示している。

吉識⁽³⁾は弾性座屈を目的として模型実験を行っており、その結果も Fig. 3 に示している。この実験は弾性座屈と弾塑性座屈の境界付近に相当する。本解析結果と比較すると全般的により近似をしている。

固定板の弾塑性せん断座屈曲線を Fig. 4 に示す。この境界条件に対して弾塑性座屈を目的とした実験結果はなく弾性座屈を目的とした Rockey⁽⁴⁾の実験の中で局部的塑性域の観測された結果と図中にプロットしている。この実験結果は本解析値よりかなり小さい値を示している。

あとがき

工和解析による座屈解析は、たわみ関数を適当に選択すればよい精度で行なうことが可能であり、特に固有値計算にはほとんど時間がかからないため繰り返し計算の必要な弾塑性座屈解析に適していると思われる。解析結果を参照する実験データが不足しており、また実験的に弾塑性座屈挙動を明らかにするため今後一連の実験を行なう予定である。なお本研究は Radwood 教授 (McGill University, Montreal, Canada) との共同研究であることを付記する。

参考文献

- (1) 上野谷 実, 円孔を有する正方形板のせん断座屈について, 土木学会中四支部講演概要, 昭 52, 5.
- (2) 森正浩, 的場 正明, 有孔矩形板の弾塑性座屈に関する実験的研究, 西部造船会々報, 第 33 号, 昭 41.
- (3) 吉識 雅夫他, 有孔板の座屈強度について, 造船協会論文集, 第 122 号, 昭 42.
- (4) Rockey, K.C. et al, The Behavior of Square Shear Webs Having A Circular Hole, Thin Walled Structures - Prior Design and Use in Building -, Symposium at Univ. College of Swansea, Sept. 1967.

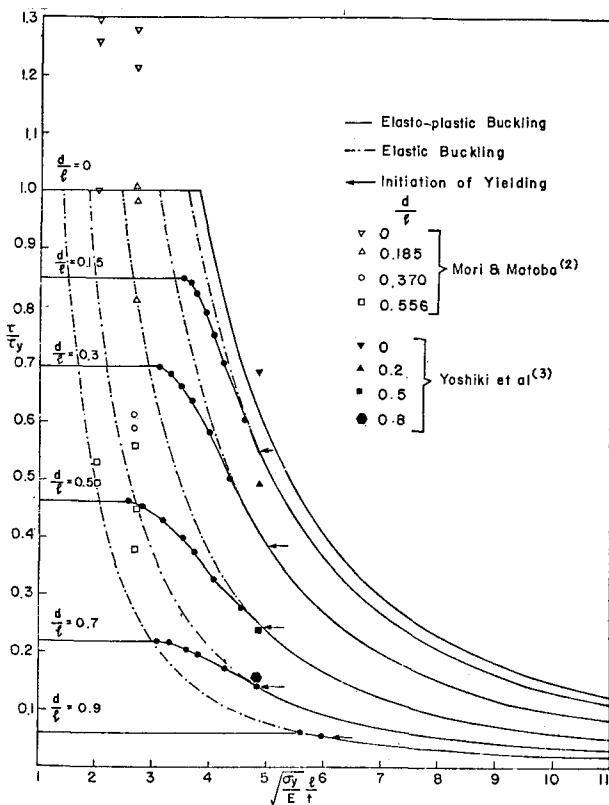


Fig.3 Elasto-plastic Buckling of Simply Supported Square Plates

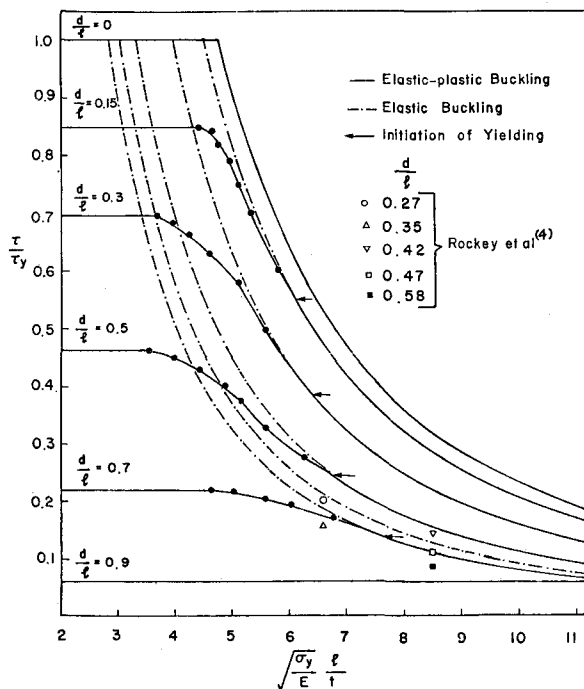


Fig.4 Elasto-plastic Buckling of Clamped Square Plates