

大阪市立大学工学部 正員 事口寿男

" " 中井博

" 学生員 久保元生

## 1. まえがき

(はり)の横だおれ座屈に関する研究は古くから多くの研究者によって理論的、実験的になされ、近年では材料的非線形性を考慮した横だおれ座屈に関する多くの研究成果が発表されており、設計基準にとり入れられている。しかしながら、水平面内に曲率を有する曲線工形ばりを対象にしたこの種の研究はほとんどなく、曲げ圧縮応力度に関する規定も直線ばりの規定を準用してきた。著者らは、曲線工形ばりの両端に強軸まわりの曲げモーメントを作用させたときの横だおれ座屈崩壊実験を実施し、曲線工形ばりは幾何学的非線形性、および材料的非線形性が直線部材に比して顕著なため、曲線工形ばりの横だおれ座屈崩壊強度は直線部材のそれよりも低下させるべきことを強調してきた。本文は曲線工形ばりの非弾性横だおれ座屈解析を行い、実験値との比較検討を種々試み、最後に曲線工形橋の許容曲げ圧縮応力度について考察するものである。

## 2. 基礎式

直線工形ばりの横だおれ座屈のような分歧型の座屈は、同じ荷重状態、同じ境界条件でごく微小な差を有する2つの独立な解が存在する条件から求められる。曲線工形ばりの場合、両端に強軸まわりの曲げモーメント  $M_0$  を作用させると、荷重の増加に伴ってたわみ、および断面回転角が依次に起こる。しかし、荷重・変位曲線の実験結果の一例を図-1に示すが、横だおれ座屈モーメント  $M_{cr}$  附近で水平変位  $v$ 、断面回転角  $\beta$ 、鉛直たわみ  $w$  が急激に大きくなっていることがわかる。それで、実際の荷重・変位曲線を図-1中の点線で示したように理想の荷重・変位曲線で仮定すると、両端に曲げモーメント  $M_0$  が作用するときの横だおれ座屈によって生ずる変位量  $w^*$ 、 $v^*$ 、 $\beta^*$  に関する座屈方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} EI_y^* \left( \frac{d^4 w^*}{dx^{*4}} - \frac{1}{R_s} \frac{d^2 \beta^*}{ds^{*2}} \right) + \frac{1}{R_s} EI_y^* \left( \frac{d^2 w^*}{ds^{*2}} - \frac{1}{R_s} \beta^* \right) \\ - \frac{d^2}{ds^{*2}} (T_x^* g_y^*) - \frac{1}{R_s} M_y^* \left( \frac{d^2 v^*}{ds^{*2}} + \frac{v^*}{R_s^2} \right) = 0 \\ EI_z^* \left( \frac{d^4 v^*}{ds^{*4}} + \frac{d^2 v^*}{R_s^2 ds^{*2}} \right) + \frac{d^2}{ds^{*2}} \left\{ M_y^* \left( 1 - \frac{I_z^*}{I_y^*} \right) \beta^* + T_x^* g_y^* \right\} = 0 \\ EI_w^* \left( \frac{d^4 \beta^*}{ds^{*4}} + \frac{1}{R_s} \frac{d^2 w^*}{ds^{*2}} \right) - GK^* \left\{ \frac{d^2 \beta^*}{ds^{*2}} + \frac{1}{R_s} \frac{d^2 w^*}{ds^{*2}} + \frac{d}{ds} \left( \frac{M_y^*}{EI_y^*} g_y^* \right) \right\} \\ - \frac{1}{R_s} EI_y^* \left( \frac{d^2 w^*}{ds^{*2}} - \frac{\beta^*}{R_s} \right) + M_y^* \left( \frac{d^2 v^*}{ds^{*2}} + \frac{v^*}{R_s^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

ここに、  
 $GK^* = GK^* + \int_A \sigma^* r^2 dA \quad \cdots (2)$

$$\begin{aligned} M_y^* &= M_0 \cos(\phi - \pi/2) / \cos^2 \frac{\pi}{2}; \text{曲げモーメント} \\ T_x^* &= M_0 \sin(\phi - \pi/2) / \cos^2 \frac{\pi}{2}; \text{ねじりモーメント} \end{aligned} \quad \cdots (3)$$

$I_y^*$ ,  $I_z^*$ ;  $y^*$  軸,  $z^*$  軸に関する断面2次モーメント,

$K^*$ ,  $I_w^*$ ; 純ねじり定数, 素りねじり定数,  $g_y^*$ ,  $g_z^*$ ;  $y^*$  軸,  $z^*$  軸まわりの回転角,  $\phi$  ( $= L/R_s$ ); 中心角,  $\phi$ ; 角度標,  $\Omega^*$ ; 断面内要素の応力,  $r$ ; せん断中心から断面内要素までの距離を示す。

## 3. 解析方法

曲線工形ばりは両端に曲げモーメントが作用しても曲げ応力  $\sigma_b$  の他にせり応力  $\sigma_w$  が生じるので、これらの応力とともに、溶接による残留応力を考慮した非弾性横だおれ座屈解析を伝達コリックス法で解析する。解析に用いる仮定は、①材料は完全弾塑性体とする。②溶接による残留応力は図-3に示すものを用いる。計算上の

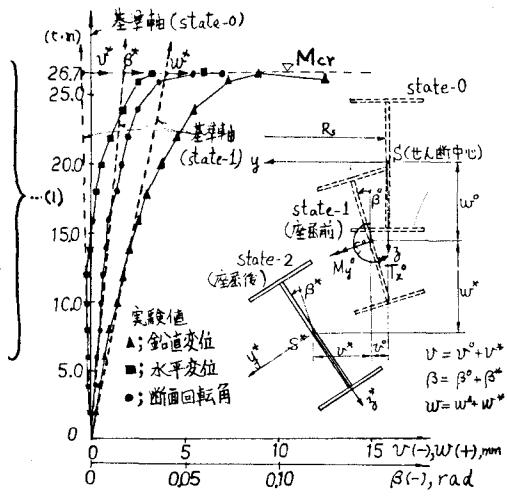


図-1 荷重・変位曲線

仮定としては 3)  $I_y^*$ ,  $I_3^*$ ,  $K^*$ ,  $I_w^*$  は剛性低減法により決定する。<sup>3)</sup>もちろん、4) 曲げ応力、およびモリ応力を求めるための断面力は低減した剛性を用いて求める。5) 断面力が収束するまで 3)~4) をくり返す。

式(1)の連立微分方程式を解き、格构にについてマトリックス表示すると

$$y_{k,k} = F_{k,k} \cdot y_{0,k} \quad \dots \quad (4)$$

となる。ここに、 $F_{k,k}$  は 12 行 12 列の格构行列（紙面の都合上省略 当日発表）である。そして、12 個の格构を有する軸全体の計算を行い、境界条件より得られる俠数行列  $[A]$  を求め、 $|A|=0$  なる条件より座屈荷重を决定する。図-4 にフローチャートを示す。また、境界条件は実験値と同じく強軸まわりの曲げに対して単純支持、ねじり、および弱軸まわりの曲げに対して固定とする。

#### 4. 数値計算例と実験値との比較

表-1 に  $L/b$  ( $L=2.5m$ )、中心角 ( $\theta=L/R_s$ ) を種々変化させたときの最終耐荷力に關する計算値と実験値を示す。また、 $\theta=0$  にしたときは文献<sup>3)</sup>による結果とよく一致し、解析方法が恰当であることを示している。中心角が非常に大きいときは除いては計算値と実験値はよく一致する。

一方、図-5 は曲線工形ばりの  $M/M_p \sim M_w/M_{wp}$  の相関曲線を示すが、全塑性モーメントに至らず  $M=M_{cr}$  で横たおこし座屈している様子を示す。

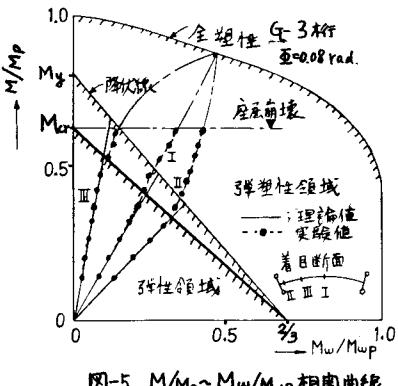


図-5  $M/M_p \sim M_w/M_{wp}$  相関曲線

#### 5. 考察

図-6 は縦軸に  $Ocr/O_y$ 、横軸にパラメータ  $d$  をとって実験結果と計算値とをプロットしたものである。ただし、鋼道路橋設計示方書における直線(1)と比較するために、境界条件がねじり、および弱軸まわりの曲げに対して単純支持となるよう、パラメータ  $d$  中の  $l$  を  $l=\beta L$  としている。曲線工形ばりの弾性座屈モーメント両者の境界条件のもとで解いて、複数スパン俠数  $\beta$  を求めている(実験値では  $\beta=0.45 \sim 0.50$ )。図-6 を観察すると、中心角が大きくなるにつれて横たおこし耐荷力は小さくなり、これが増大すると、ほぼ示方書の値に平行で減少することがわかる。

あとがき 曲線工形ばりの許容曲げ圧縮応力値(図-5の実線)に関する詳細は講演会当日を参考にしてください。

参考文献 1) 中井, 東口, 吉川公介; 土木学会論文誌, 1972, 12. 2) 東口, 増尾, 長田; 土木学会論文誌, 1972, 12. 3) 吉田博, 井考男; 土木学会論文誌, 1972, 12. 4) I.U. Ojalvo and M. Newman; Buckling of Naturally Curved and Twisted Beams, ASCE EM5, 1968. 11. 5) The Task Committee on Curved Girders of the ASCE-ASSHTO; Curved I-Girders Bridges Design Recommendations, ASCE ST5, 1977. 5.

表-1 最終耐荷力 ( $t \cdot m$ )

桁(フランジ)	$\theta=0.5$	$\theta=0.17$	$\theta=0.08$	$\theta=0$	文献						
G-1 (6cm)	4.6	3.6	1.3	6.7	7.4	0.9	8.2	8.7	0.9	10.3	10.3
G-2 (8cm)	5.4	6.0	0.9	8.8	9.3	0.9	11.2	11.6	1.0	12.3	12.3
G-3 (10cm)	6.3	9.1	0.7	11.6	11.2	1.0	13.9	13.4	1.0	13.6	13.6
G-4 (12cm)	7.8	11.8	0.7	14.2	13.7	1.0	18.0	15.4	1.2	15.6	15.6
G-5 (14cm)	—	—	—	18.1	15.9	1.1	19.7	17.3	1.1	17.9	17.9

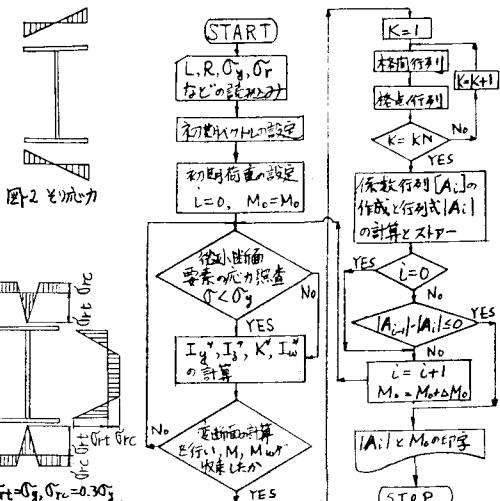
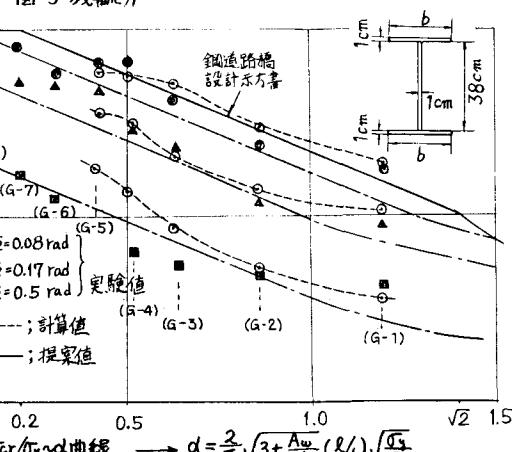


図-4 フローチャート



$$d = \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + \frac{A_w}{2A_c} (\frac{l}{b})} \sqrt{\frac{E}{I}}$$

図-6  $Ocr/O_y$  ～  $d$  曲線