

防衛大学校土木工学教室 学生員○大野 友則
 " " 正会員 石川 信隆
 " " 正会員 岡元 北海

1. 緒言 近年、立体骨組を対象として初期降伏時から最終崩壊に至る構造物の弾塑性変形と荷重との関係を忠実に追跡するいわゆる弾塑性解析に関する研究^{1,2)}が活発に行なわれるようになってきた。しかし、これらの研究では厳密な挙動を究明できるという利点の反面、荷重を逐次増加させていくため演算時間が長くなり、また解析手法をそのまま設計に結びつけることは困難なように思われる。

本報告は、立体骨組構造物の耐荷力(崩壊荷重)を基準とする最適塑性設計法を開発するための基礎的段階として、既往の組合わせ応力を受ける骨組構造物の崩壊荷重解析法^{3,4)}とさらに拡張して、死荷重の影響を考慮したいわゆる非比例荷重を受ける大規模な立体骨組構造物の効率的な耐荷力算定法を確立したものである。ここでは、死荷重が耐荷力に与える影響を考察するとともに、荷重係数設計法における活荷重係数の資料を得ようとするものである。

2. 耐荷力の算定式(崩壊荷重解析) 解析法の定式化に当っては、在来の塑性解析の概念をそのまま踏襲するが、その手法としては構造物を部材要素に分割して構造全体の平衡条件と変形適合条件(崩壊機構条件)を求めるというマトリックス構造解析法⁵⁾に立脚するものである。また、組合わせ応力を受ける部材要素の降伏条件は、von Mises の降伏条件を用いて断面力を数値的に積分することにより得た近似的な降伏凸多面体⁶⁾を採用する。なお、本法では剛塑性理論に従うほかに次の仮定を用いる。(i) 死荷重として満載等分布荷重を想定し、これを等価な集中荷重に置換する。(ii) 残留応力、初期歪および座屈の影響などは考慮しない。

2.1 下界定理による基本式 塑性解析の下界定理に基づけば、平衡条件と降伏条件を満足する静的許容な荷重($\alpha_L \sum F_L + \alpha_D \sum F_D$; ただし、 F_L, F_D は作用活荷重と死荷重; α_L, α_D は静的許容な活荷重係数および死荷重係数)のうち最大値が真の崩壊荷重 $F_c (= \alpha_L \sum F_L + \alpha_D \sum F_D)$ である。ここで、 $F_L, F_D, \alpha_D (= \alpha_D)$ は一定であるから静的許容な活荷重係数 α_L のみ最大値をとればよいことになる。よって、下界定理に基づく耐荷力算定式は真の活荷重係数 $\alpha_L (= \text{Max. } \alpha_L)$ を求める問題となり、死荷重の影響を考慮した平衡条件と降伏条件を制約条件として次のようなLP問題として表わされる。

未知の変数: α_L, Q

目的関数: $\alpha_L = \text{Max. } \alpha_L$ (1a)

制約条件: $C^T Q - \alpha_L F_L = \alpha_D F_D$ (1b)

$N^T Q \leq K$ (1c)

ここに、式(1b)は構造全体の独立な平衡条件式を示し、式(1c)は作用断面力が降伏凸多面体の外部に出ないことを意味している。ただし、 C = 構造全体の変形適合マトリックス; Q = 組合わせ作用断面力ベクトル; F_L, F_D =

作用活荷重および作用死荷重ベクトル; N = 降伏凸多面体の外向き法線マトリックス; K = 降伏凸多面体の原点(応力=0)から降伏面までの距離を示すベクトル。

2.2 上界定理による基本式 式(1)にLP問題における双対定理⁶⁾を適用すれば、上界定理による耐荷力算定式が次のように表わされる。

未知の変数: $\lambda, \bar{u}$

目的関数: $\alpha_L = \text{Min. } \alpha_L = \text{Min. } (K^T \lambda - \alpha_D F_D^T \bar{u})$ (2a)

制約条件: $N \lambda - C \bar{u} = Q$ (2b)

$F^T \bar{u} = 1$ (2c)

$\lambda \geq 0$ (2d)

ここに、式(2a)は活荷重による単位外力仕事に対する構造全体の塑性容量のなす内部仕事と死荷重による外力仕事の差が最小になることを示し、式(2b)は構造全体の変形適合条件(崩壊機構条件)を、式(2c)は活荷重が単位の外力仕事

をなすことを表わしている。ただし λ =塑性乗数ベクトル; $\bar{u}$ =節点の仮想変位ベクトル。よって、式(1)または式(2)を解けば真の活荷重係数 d_L , 作用断面力 Q , 塑性乗数 λ , 節点の仮想変位 $\bar{u}$ が求められることになる。しかし、大規模な構造物になると式(1C)の降伏条件式の数または、式(2)の変数 λ の数が多くなるため計算の効率化から LP における分割原理⁶⁾を用いて式(1C)の制約条件の数を減少させ、式(1)を次のように変換する。

未知の変数: d_L, μ

目的関数: $d_L = \text{Max. } d_L$ (3a)

制約条件: $C^T X^T V \mu - d_L F_c = \alpha_0 F_b$ (3b)

$U^T \mu \leq 1$ (3c)

$\mu \geq 0$ (3d)

ここに、式(3b)は式(1b)と同じく独立な平衡条件式を、式(3c)は構造全体の降伏条件式を示し、部材要素の数に等しくしている。ただし、 X =無次元化のための係数マトリックス; V =降伏凸多面体の頂点座標マトリックス; μ =凸一次結合の係数ベクトル; U =単位の行ベクトル。

3. 計算例 いま、図-1に示す立体ラーメンを対象として、(i)死荷重が耐力力に与える影響、(ii)断面形状による影響、(iii)平面ラーメンとの比較について数値的検討を行なった。(1) 死荷重の影響: 表-1に(a)非比例荷重とした場合($\alpha_0=1.3$), (b)比例荷重とした場合($\alpha_0=\alpha_L$), (c)死荷重を無視した場合($\alpha_0=0$)についての計算結果を示したが、本例では(a)と(c)の差が極めて顕著に表われているが、(a)と(b)の差はほとんど認められない。これらは崩壊機構の差によって生ずるものと思われる。なお(a)の場合の崩壊機構(図-2)のようになる。(2) 断面形状による比較: 表-2に各部材断面が(a)I形, (b)箱形, (c)中実正方形とした場合について調べたが、断面のねじり抵抗の大きい(c)の場合に耐力力が最も大きく表われることが確認される。(3) 平面ラーメンとの比較: 図-1のABCDを平面ラーメンとして図-3のような載荷形式に対して計算を行なった結果、図-4に示すような崩壊機構と荷重係数 $d_L=2.637$ (Mp/WL) が得られる。これに比し、立体ラーメンの場合($\alpha_L=1.339$ (Mp/WL))にはこの約1/2の値を示しているが、これはBF部材の崩壊が起っており、これが構造物の耐力力の低下に影響を与えているためである。従って構造形式および載荷形式によっては、立体解析の必要性が確認される。

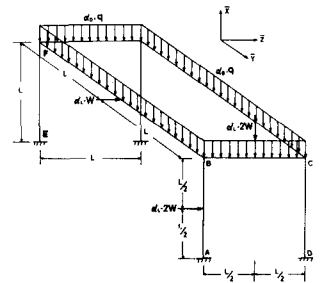


図-1 構造および載荷形式

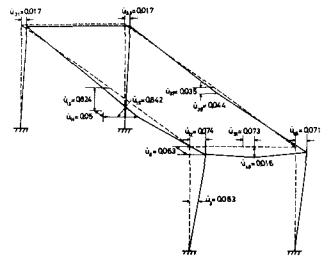


図-2 崩壊機構

表-1

CASE	Non-Proportional Loading	Proportional Loading	
	(a) $\alpha_0=1.3$	(b) $\alpha_0=\alpha_L$	(c) $\alpha_0=0$
Solution	$d_L=1339$ (Mp/WL)	$d_L=1314$ (Mp/WL)	$d_L=2491$ (Mp/WL)
Difference		$(\alpha_L - \alpha_0)/\alpha_0 \times 100 / d_L^c = -1.9\%$	$(\alpha_L - \alpha_0)/\alpha_0 \times 100 / d_L^c = -5.5\%$

表-2

(a) WIDE FLANGE	(b) HOLLOW BOX	(c) SQUARE
$d_L^c=1329$ (Mp/WL)	$d_L^c=1337$ (Mp/WL)	$d_L^c=1339$ (Mp/WL)

4. 結 言 本研究の成果として次の諸点が挙げられる。(1)本法によれば 現行の許容応力度設計された立体構造物(曲線部材も含む)の活荷重係数の算定が可能であるゆえ、荷重係数設計法における活荷重係数の評価に資するものと思われる。(2) 各部材強度、寸法および作用荷重形式が与えられれば、わずかなインプットデータで極めて短時間に、1回のLPの適用で耐力力算定が可能である。(3) また、弾性剛性マトリックスを導入すれば立体骨組構造物の崩壊時における終局変形量の算定も可能である。

【参考文献】1) 児嶋, 平尾, 矢野: 立体骨組の弾塑性解析, 土木学会論文報告集, 第240号, 1975年8月。2) Komatsu, S. and Sakimoto, T.: Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members with Closed Cross Sections, Proc. of JSCE, No. 252, Aug. 1976。3) Abdel-Baz, B. et al.: Plastic Analysis of Skeletal Structures, Computational Methods in Nonlinear Mech., The Texas Institute for Computational Mech., 1974。4) Grierson, D.E. and Abdel-Baz, S.B.: Plastic Analysis under Combined Stresses, SM Paper, No. 139, Solid Mech. Div., Univ. of Waterloo Press, Aug. 1976。5) マーティン, H.C.: マトリックス法による構造解析の解法, 培風館, 昭和43年。6) Gass, S.I.: Linear Programming, McGraw-Hill, 3rd Edition, 1969。

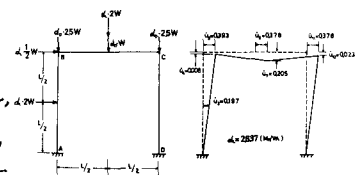


図-3

図-4